Blatt 00: Ableiten und Integrieren

Ausgabe: So 01.09.23 Abgabe: keine

(b)[2](E/M/A) bedeutet: Aufgabe (b) zählt 2 Punkte und ist einfach/mittelschwer/anspruchsvoll

Beispielaufgabe 1: Ableitungen von Polynomen [1]
Punkte: (a)[0,5](E); (b)[0,5](E).

Berechnen Sie die erste und zweite Ableitung der folgenden Polynome. [Eckige Klammern geben Kontrollergebnisse an: $[a; b, c]$ steht für $f'(a) = b$, $f''(a) = c$.]

(a) $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ $\quad [2; 38, 36]$

(b) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$ $\quad [2; 24, 44]$

Beispielaufgabe 2: Ableitungen von Potenzen, Sinus und Cosinus: Produktregel und Kettenregel [1]
Punkte: (a)[1](E); (b)[1](E)

Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen.
[Eckige Klammern geben Kontrollergebnisse an: $[a, b]$ steht für $f'(a) = b$.]

(a) $f(x) = x \sin x$ $\quad \left[\frac{\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\right]$

(b) $f(x) = \cos\left[\pi(x^2 + x)\right]$ $\quad \left[\frac{1}{2}, -\pi\sqrt{2}\,\right]$

(c) $f(x) = \dfrac{1}{7 - x^2}$ $\quad \left[3, \frac{3}{2}\right]$

(d) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x + 1}$ $\quad \left[3, \frac{1}{8}\right]$

Beispielaufgabe 3: Ableitungen: Produktregel und Kettenregel [2]
Punkte: [3](E).

Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:
[Eckige Klammern geben Kontrollergebnisse an: $[a, b]$ steht für $f'(a) = b$.]

(a) $f(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ $\quad \left[2, \frac{1}{8}\right]$

(b) $f(x) = \dfrac{x^{1/2}}{(x+1)^{1/2}}$ $\quad \left[3, \frac{1}{16\sqrt{3}}\right]$

(c) $f(x) = \mathrm{e}^x(2x - 3)$ $\quad \left[1, \mathrm{e}\right]$

(d) $f(x) = 3^x$ $\quad \left[-1, \frac{\ln 3}{3}\right]$

(e) $f(x) = x \ln x$ $\quad \left[1, 1\right]$

(f) $f(x) = x \ln(9x^2)$ $\quad \left[\frac{1}{3}, 2\right]$

Beispielaufgabe 4: Einfache Integrale [1]
Punkte: (a)[0,5](E); (b)[0,5](E)

Berechnen Sie folgende Integrale: $\left[\right.$Kontrollergebnisse: (a) $I(2) = \frac{15}{2}$; (b) $I(\ln 2) = \frac{7}{3}$.$\left.\right]$

(a) $I(x) = \displaystyle\int_1^x \mathrm{d}y (2y^3 - 2y + 3),$

(b) $I(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{d}y\, \mathrm{e}^{3y}.$

[Gesamtpunktzahl Beispielaufgaben: 5]

Hausaufgabe 1: Ableitungen von Polynomen [1]
Punkte: (a)[0,5](E); (b)[0,5](E).

Berechnen Sie die erste und zweite Ableitung der folgenden Polynome. [Eckige Klammern geben Kontrollergebnisse an: $[a; b, c]$ steht für $f'(a) = b$, $f''(a) = c$.]

(a) $f(x) = 4x^5 - x^3 + 2$ $\quad \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 7\right]$

(b) $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 9$ $\quad [3; 14, 14]$

Hausaufgabe 2: Ableitungen von Potenzen, Sinus und Cosinus: Produktregel und Kettenregel [2]
Punkte: (a)[1](E); (b)[1](E)

Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen.
[Eckige Klammern geben Kontrollergebnisse an: $[a, b]$ steht für $f'(a) = b$.]

(a) $f(x) = (x+\frac{1}{\pi}) \sin\left[\pi\left(x+\frac{1}{4}\right)\right]$ $\quad [0, \sqrt{2}]$

(b) $f(x) = -x^2 \cos(\pi x)$ $\quad \left[\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}+\frac{\pi}{6\sqrt{3}}\right]$

(c) $f(x) = \cos\left[\pi \sin(x)\right]$ $\quad \left[\frac{\pi}{6}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\pi\right]$

(d) $f(x) = -\cos^4\left(\frac{3}{\pi}x^2 - x\right)$ $\quad \left[\frac{\pi}{2}, 2\right]$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{x^3 - 2x^2}$ $\quad \left[3, -\frac{5}{27}\right]$

(f) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2 + 1}$ $\quad \left[2, \frac{12}{25}\right]$

Hausaufgabe 3: Ableitungen: Produktregel und Kettenregel [2]
Punkte: [2](E) (Lösen Sie beliebige 4 Teilaufgaben; darüber hinaus: 0.25 Bonus pro Teilaufgabe.)

Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:
[Eckige Klammern geben Kontrollergebnisse an: $[a, b]$ steht für $f'(a) = b$.]

(a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ $\quad \left[8, \frac{1}{3}\right]$

(b) $f(x) = \dfrac{x}{(x^2+1)^{1/2}}$ $\quad \left[1, \frac{1}{\sqrt{8}}\right]$

(c) $f(x) = -\mathrm{e}^{(1-x^2)}$ $\quad [1, 2]$

(d) $f(x) = 2^{x^2}$ $\quad [1, 4\ln 2]$

(e) $f(x) = 2\dfrac{\sqrt{\ln x}}{x}$ $\quad \left[\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right]$

(f) $f(x) = \ln\sqrt{x^2+1}$ $\quad \left[1, \frac{1}{2}\right]$

Hausaufgabe 4: Einfache Integrale [1]
Punkte: (a)[0,5](E); (b)[0,5](E)

Berechnen Sie folgende Integrale: [Kontrollergebnisse: (a) $I(6) = \ln 2$; (b) $I(\ln 9) = \frac{4}{3}$.]

(a) $I(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{d}y \frac{1}{2y+4}$,

(b) $I(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{d}y \, \sinh\left(\frac{1}{2}y\right)$.

[Gesamtpunktzahl Hausaufgaben: 6]