

**R: Rechenmethoden, WiSe2023/24 (Dozent: Jan von Delft)**

Letzte Aktualisierung: 12.10.23 12:38

<b>Vorl. &amp; Zentral-Übung</b>	<b>Mo+Mi Do</b>	<b>Thema</b> (mit * gekennzeichnete Themen sind für Lehramt Gymnasium und Nebenfächler nicht prüfungsrelevant; Themen mit ** sind optional) <b>Angaben wie L1, C2, V3 beziehen sich auf Kapitel des Altland-Delft-Buchs.</b>
v00	10.10.23	<b>O-Phase: Wozu Rechenmethoden?</b>
ü00	10.10.23	Ableitung und Integration (partiell und durch Substitution) [keine Abgabe]
v01	16.10.23	<b>Mathematische Grundbegriffe (L = Lineare Algebra)</b> L1: Menge, Abbildung, Gruppe, Körper, komplexe Zahlen
v02	18.10.23	<b>Differenzieren &amp; Integrieren (C = Calculus)</b> C1: Differenzieren: Geometrische Interpretation, formale Definition, Rechenregeln, Beispiele; C2: Integrieren: geometrische Interpretation, formale Definition, Hauptsatz der Diff.- und Integralrechnung Rechenregeln, partielle Integration, Substitution, Beispiele
zü01	19.10.23	Mathematische Grundlagen: Ableiten und Integrieren, komplexe Zahlen, Gruppe
Abgabe:	26.10.23	
v03	23.10.23	<b>Vektorraum (L)</b> L2: Geometrische Anschauung, $\mathbb{R}^n$ , formale Definition, Beispiele Funktionenraum. Span, lineare Unabhängigkeit, Vollständigkeit, Basis, Dimension. Einsteinsche Summenkonvention. Standardbasis in $\mathbb{R}^n$
v04	25.10.23	<b>Euklidischer Raum (L)</b> L3: Skalarprodukt, Norm, Winkel zwischen Vektoren, Orthogonalität, Orthonormalität, Gram-Schmidt-Verfahren; reelles inneres Produkt, Metrik, komplexes inneres Produkt
zü02	26.10.23	Vektorraum, Basis eines Vektorraums, Skalarprodukt und Vektorprodukt, Gram-Schmidt Orthogonalisierung, inneres Produkt, Metrik
Abgabe:	02.11.23	
v05	30.10.23	<b>Vektorprodukt (L)</b> L4: Levi-Civita-Symbol, Kontraktions-Identität, allgemeine Eigenschaften des Vektorprodukts, Grassmann-Identität, Spatprodukt
v06	<b>01.11.23</b> <b>02.11.23</b> statt ZÜ	<b>Raumkurven, Linienintegral (V = Vektoranalysis)</b> V1: Vektorwertige Funktionen, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Bogenlänge, natürliche Parametrisierung. Linienintegral: Definition, Beispiel [Arbeit entlang eines Weges $r(t)$ ]
zü03	<b>03.11.23</b> <b>14:15-16:00</b>	Vektorprodukt, Wegparametrisierung, Linienintegrale
Abgabe:	09.11.23	
v07	06.11.23	<b>Partielle Ableitung; Mehrdimensionale Integration, kartesisch (C)</b> C3: partielle Ableitungen, Satz von Schwarz. C4.1 Kartesische Integrale in 2 und 3 Dimensionen: Satz von Fubini, variable Integrationsgrenzen, Anwendung: Kreisfläche, Trägheitsmoment v. hom. Quader.
v08	08.11.23	<b>Krummlinige Koordinaten (V)</b> V2 Krumml. Koordinaten: Polarkoordinaten in der Ebene, Koordinatenlinien, lokale Basis. V5: Kurvengeschwindigkeit und Beschleunigung; Linienintegral in Polarkoordinaten; Zylinderkoordinaten, Kugelkoordinaten
zü04	09.11.23	Partielle Ableitungen. Flächenintegration. Krummlinige Koordinaten, Linienintegrale in krummlinigen Koordinaten
Abgabe:	16.11.23	
v09	13.11.23	<b>Integration mit krummlinigen Koordinaten (C)</b> C4.2: 2D Flächenintegral mit Polarkoordinaten, Kreisfläche; C4.3: 3D Volumenintegral; Volumen, Trägheitsmoment von Zylinder und Kugel
v10	15.11.23	<b>Skalarfelder (V)</b> V3.1: Felder. Skalarfeld, Höhenlinien, totales Differential, Gradient, Nabla-Operator. Gradient in krummlinigen Koordinaten. C4.4: Parametrisierung von Flächen, Krummlinige Flächenintegrale; C4.5: allgemeine Koordinatentransformationen in 2D, 3D, nD; Jakobi-Determinante, Funktionaldeterminante
zü05	16.11.23	Flächen- und Volumenintegration in krummlinigen Koordinaten. Totales Differential, Gradient.
Abgabe:	23.11.23	

v11	20.11.23	<b>Vektorfelder: Gradientenfeld (V)</b> V3.2: Gradientenfeld: Wegunabhängigkeit für Linienintegral v. Gradientenfeld, konservatives Kraftfeld. Divergenz, Rotation, Laplace-Operator
v12	22.11.23	<b>Matrizen I: Lineare Abbildungen, Matrixmultiplikation (L)</b> L5.1-3: Lineare Abbildungen, Matrizen, Verkettung v. linearen Abbildungen, Matrixmultiplikation
zü06 Abgabe:	23.11.23 30.11.23	Wegunabhängigkeit des Linienintegrals eines Gradientenfeldes, Gradient, Divergenz, Rotation, Matrixmultiplikation
v13	27.11.23.	<b>Matrizen II: Inverse, Basistransformation (L)</b> L5.4-6: Inverse einer Matrix, Lösung v. linearem Gleichungssystem mit Gauss-Algorithmus, Basis-Transformation: wie transformieren Vektoren und lineare Abbildungen?
v14	29.11.23	<b>Matrizen III: Determinante (L)</b> L6: Kriterien für Invertierbarkeit einer Matrix. Determinanten - Definition, Eigenschaften
zü07 Abgabe:	30.11.23 07.12.23	Gaussalgorithmus, inverse Matrix, Basistransformation, Determinanten
v15	04.12.23	<b>Matrizen IV: Diagonalisierung (L)</b> L7: Eigenwerte, Eigenvektoren, charakteristisches Polynom, Diagonalisierung einer Matrix.
v16	06.12.23	<b>Matrizen V: orthogonale, unitär, symmetrisch, hermitesch (L)</b> L5.7: Symmetrische, Hermitesche, orthogonale und unitäre Matrizen: reelles, komplexes Skalarprodukt, Invarianz der Skalarprodukte, Eigenschaften. Diagonalisierung von symm. und Hermiteschen Matrizen: Eigenwerte reell, nicht-entartete Eigenvektoren orth., Ähnlichkeitstranf. ist unitär bzw. orth. <b>Matrizen VI (L) [optionaler Stoff von 2011]</b> Anwendungen von Diagonalisierung: Hauptachsentransf., verallgemeinertes Eigenwertproblem, simultan diagonalisierbare Matrizen; Starrer Körper: Drehimpuls, rotationskinetische Energie, Trägheitstensor, Trägheitsmomente
zü08 Abgabe:	07.12.23 14.12.23	Matrixdiagonalisierung, symmetrische, hermitesche, unitäre und orthogonale Matrizen
v17	11.12.23	<b>Taylor-Reihen (C)</b> C5.1: Satz von Taylor, $1/(1-x)$ , $\ln(1+x)$ , $\exp(x)$ , $\sin(x)$ , $\cos(x)$ , Euler-deMoivre-Identität, Euler-Identität; Satz von Taylor für Funktion von n Variablen, Anwendung: Potential und elektrisches Feld eines Punktdipols
v18	13.12.23	<b>Differentialgleichungen I (C)</b> C7: Definition, Beispiel: radioaktiver Zerfall. Typologie v. DG. Separable DG, Trennung der Variablen. Homogene lineare DG: Rückführung auf System 1. Ordnung, Superpositionsprinzip. Konstante Koeff: Exponentialansatz, charakt. Gleichungen, Eigenwertproblem. Bsp: gedämpfter harm. Oszillator
zü09 Abgabe:	14.12.23 21.12.23	Taylor-Reihen. Differentialgleichungen I
v19	18.12.23	<b>Differentialgleichungen II (C)</b> Inhomogene DG 1. Ordnung: partikuläre Lösung, Variation der Konstanten. Beispiele: Beispiel: RC-Kreis, getriebener harmonischer Oszillator.
v20	20.12.23	<b>Asymptotischen Entwicklungen (C)</b> C5.2: Asymptotische Entwicklungen, Landau O-Symbol, Verkettung von Reihen, Berechnung einer Umkehrfunktion, Iteratives Lösen von Gleichungen <b>Extrema unter Nebenbedingungen</b> C5.3 Lagrange-Multiplikatoren. Anwendungen: Volumenoptimierung eines Zylinders, Entropiemaximierung bei fester Energie, Boltzmann-Faktor
zü10 Abgabe:	21.12.23 11.01.24	Differentialgleichungen II. Asymptotische Entwicklungen, Lagrange-Multiplikatoren
<b>Bis hierhin: Stoff für Nebenfach/Lehramt, und für Probeklausur am 18.01.23</b>		
<b>WEIHNACHTSPAUSE: von Sa. 23.12.23 bis So. 07.01.24</b>		
<b>07.01.24 Dreikönigstag</b>		

		(Übungen zu Blatt 10 finden statt am Mo. 09.01.23 und Di. 10.01.23)
*v21	08.01.24	<b>*Fourier-Analysis I (C)</b> C6.2: Dirac delta-Funktion: Definition, Eigenschaften; C6.1: Fourier-Reihen: Definition, Eigenschaften d. Fourier-Moden; Beispiel: Sägezahn; Konsistenz-Check; Reihendarstellung der delta-Funktion
*v22	10.01.24	<b>*Fourier-Analysis II (C)</b> L9.1 Konzeptionelle Grundlage - Fourier-Transformation als Basis im Funktionenraum. C6.2: Periodische Funktionen; periodischer Kamm v. scharfen Peaks; Fourier-Gegensätzlichkeit, Faltungstheorem, Fourier-Reihe v. Ableitungen, Cosinus- und Sinus-Reihen; Fourier-Konventionen für Zeit $\leftrightarrow$ Frequenz
*zü11	11.01.24	*Deltafunktion, Fourierreihen
Abgabe:	18.01.24	
*V23	15.01.24	<b>*Fourier-Analysis III (C)</b> C6.3: Multi-dimensionale Fourier-Reihen; Fourier-Transformation ( $L = \text{unendlich}$ ); Beispiele: Exponential - Lorenz, Gauß - Gauß; Parseval, Plancherel, Faltungstheorem, Ableitungen. Green'sche Funktion, Anwendung: getriebener Oszillator.
*v24	17.01.24	<b>*Differentialgleichungen III (C)</b> C7: DG 1. Ordnung - allgemeine Eigenschaften: Lipschitz-Stetigkeit, Trajektorien, Fluß, Fixpunkte, Stabilitätsanalyse; autonome DG in 2-dim: Berechnung des Flusses der DG, Energie-Erhaltung via Newton 2, Berechnung von Feldlinien
	18.01.24	<b>Probeklausur (im Termin der Zentralübung)</b>
*zü12	Fr 19.01.24 14:15-16:00	*Fourier-Integrale, Faltung, gekoppelte Oszillatoren, Greensche Funktionen, Stabilitätsanalyse von DGs, Fixpunkte, Feldlinien
Abgabe:	25.01.24	
*v25	22.01.24	<b>*Divergenz (V)</b> V4.2: Flussintegral; Flussintegral; Beispiele: E-Fluss von Punktladung durch Kugeloberfläche; B-Fluss durch Zylinder. Divergenz: Geometrische Deutung als Ausfluss pro Volumenelement; Satz v. Gauss. Beispiele: Volumenberechnung durch Flussintegral; Kontinuitätsgleichung; Gauss-Gesetz; quellfreie Felder haben Fluss 0, Magnetfeldfluss durch Pyramide; Div. in krumml. orthog. Koord.
*v26	24.01.24	<b>*Rotation (V)</b> V4.3: Geometrische Deutung als Zirkulation pro gerichtetem Flächenelement; Satz v. Stokes, Rotation in krumml. orthog. Koord. Bsp.: Magnetfeld v. unendlich langem Leiter, ausserhalb und innerhalb, Fluss durch verschiedene Oberflächen.
*zü13	25.01.24	*Gradient, Divergenz und Rotation in krummlinigen Koordinaten, Satz von Gauss, Satz von Stokes
Abgabe:	01.02.24	
*v27	29.01.24	<b>*Komplexe Analysis I (C)</b> C8.1: komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funktion; Cauchy-Riemann-Gleichungen; komplexe Funktion definiert konforme Abbildung; komplexes Wegintegral; Beispiel: Kreisintegral von $z^n$ ; Wegunabhängigkeit; Satz v. Cauchy
*v28	31.02.2024	<b>*Komplexe Analysis II (C)</b> C8.2: Wegverformung; Cauchy's Integralformel; Taylor-Reihen, Laurent-Reihen; Residuensatz, Residuum-Formel, Beispiele: Gewicht einer Lorentz-Kurve, Fourier-Transformation einer Lorentz-Kurve.
*zü14	01.02.24	*Komplexe Differenzierbarkeit, Def: analytische Funkt. C40, Cauchy-Riemann-Gl., komplexes Wegintegral, Satz v. Cauchy, Residuensatz, Greensche Funkt.
Abgabe:	08.02.24	
**v29	05.02.24	<b>**Fourier-Analysis IV (C)</b> C6.4 Anwendungen: Frequenzkamm von Prof. Hänsch (LMU) [Nobelpreis 2005]; C6.3: Radon-Transformation bei Röntgen-Tomographie.
*v30	07.02.24	<b>*Wiederholung I</b> Überdämpfter harm. Oszillator mit periodischem Antrieb -- illustriert lineare Diff.-Gl. mit konst. Koeffizienten, homogene & partikuläre Lösungen; Fourier-Integrale; Greensche Funktionen; delta-Funktion; komplexe Wegintegration
*v31	08.02.24 (statt zü)	<b>*Wiederholung II</b> Fourier-Reihe; Iteratives Lösen einer Gleichung; Lineare inhomogene Diff.-Gl., Variation der Konstanten; Satz v. Stokes: Fluss eines Magnetfelds durch verschiedene Flächen (Linien- und Flächenintegrale mit krumml. Koord.)