Blatt 00: Ableiten und Integrieren

Lösung Hausaufgabe 1: Ableitungen von Polynomen [1]

(a) $f'(x) = 20x^4 - 3x^2$ $\qquad f''(x) = 80x^3 - 6x.$

(b) $f'(x) = 3x^2 - 4x - 1,$ $\qquad f''(x) = 6x - 4.$

Lösung Hausaufgabe 2: Ableitungen von Potenzen, Sinus und Cosinus: Produktregel und Kettenregel [2]

Wir verwenden $\sin' x = \cos x$, $\cos' x = -\sin x$, sowie die Produkt- und Kettenregel, und erhalten:

(a) $f'(x) = \sin\big[\pi\big(x + \frac{1}{4}\big)\big] + \pi(x + \frac{1}{\pi})\cos\big[\pi\big(x + \frac{1}{4}\big)\big]$

(b) $f'(x) = -2x\cos(\pi x) + \pi x^2 \sin(\pi x)$

(c) $f'(x) = -\pi \sin\big[\pi \sin(x)\big]\cos(x)$

(d) $f'(x) = 4\cos^3\big(\frac{3}{\pi}x^2 - x\big)\sin\big(\frac{3}{\pi}x^2 - x\big)\big(\frac{6}{\pi}x - 1\big)$

(e) $f'(x) = -\dfrac{3x^2 - 4x}{(x^3 - 2x^2)^2}$

(f) $f'(x) = \dfrac{2x}{x^2+1} - \dfrac{(x^2-2)2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{6x}{(x^2+1)^2}$

Lösung Hausaufgabe 3: Ableitungen: Produktregel und Kettenregel [2]

(a) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

(b) $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)^{1/2}} - \dfrac{1}{2}\dfrac{x \cdot 2x}{(x^2+1)^{3/2}} = \dfrac{1}{(x^2+1)^{3/2}}$

(c) $f'(x) = 2x\mathrm{e}^{1-x^2}$

(d) $f'(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{\ln 2^{x^2}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\mathrm{e}^{x^2 \ln 2} = \mathrm{e}^{x^2\ln 2}2x\ln 2 = 2^{x^2}2x\ln 2$

(e) $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\ln x}}\dfrac{1}{x^2} - 2\dfrac{\sqrt{\ln x}}{x^2}$

(f) $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\dfrac{1}{2}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{x}{x^2+1}$

Lösung Hausaufgabe 4: Einfache Integrale [1]

(a) $I(x) = \displaystyle\int_0^x \mathrm{d}y \frac{1}{2y+4} = \Big[\tfrac{1}{2}\ln(2y+4)\Big]_0^x = \tfrac{1}{2}\Big[\ln(2x+4) - \ln(4)\Big] = \boxed{\tfrac{1}{2}\ln\big(\tfrac{1}{2}x+1\big)}.$

(b) $I(x) = \int_0^x \mathrm{d}y \, \sinh\big(\tfrac{1}{2}y\big) = \Big[2\cosh\big(\tfrac{1}{2}y\big)\Big]_0^x = \boxed{2\big[\cosh\big(\tfrac{1}{2}x\big) - 1\big]}.$

[Gesamtpunktzahl Hausaufgaben: 6]