

<http://nobelprize.org/physics/laureates/2005/hansch-slides.pdf>

.../info.html

(Dank an Thomas Udem)

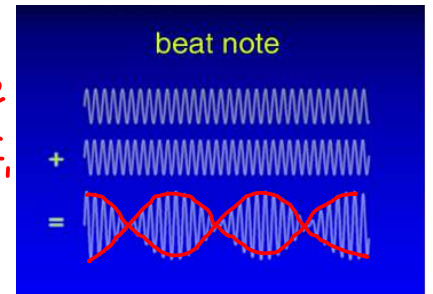
**Ziel:** Messung v. 'optischen Frequenzen'  $f_1 \sim 10^{15} \text{ Hz}$   
 mit Genauigkeit  $10^{-15}$ ,  $\delta f_1 \sim 1 \text{ Hz}$

'Wie zählt man von 0 auf  $10^{15}$  in einer Sekunde?'

$\frac{\omega_1}{2\pi} = f_1$  ist zu schnell, um direkt gemessen zu werden  
 (Caesium-Atomuhr) tickt  $10^5$  mal langsamer)

**Methode:** Überlagere Signal mit unbekannter Frequenz mit Referenzsignal mit genau bekannter Frequenz

$f_1 = ?$   
 $f_2 \approx f_1$



und messe Frequenz  $f_{12}$  der 'Schwebungen':

$$\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 2 \cos\left[\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t\right] \cos\left[\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t\right] \quad (1)$$

$$f_{12} = \frac{1}{2}(f_1 - f_2) \approx 10^9 \text{ Hz} \quad \text{viel langsamer,} \quad (2)$$

messbar mit grosser Genauigkeit,  $10^{-9} \Rightarrow 1 \text{ Hz}$

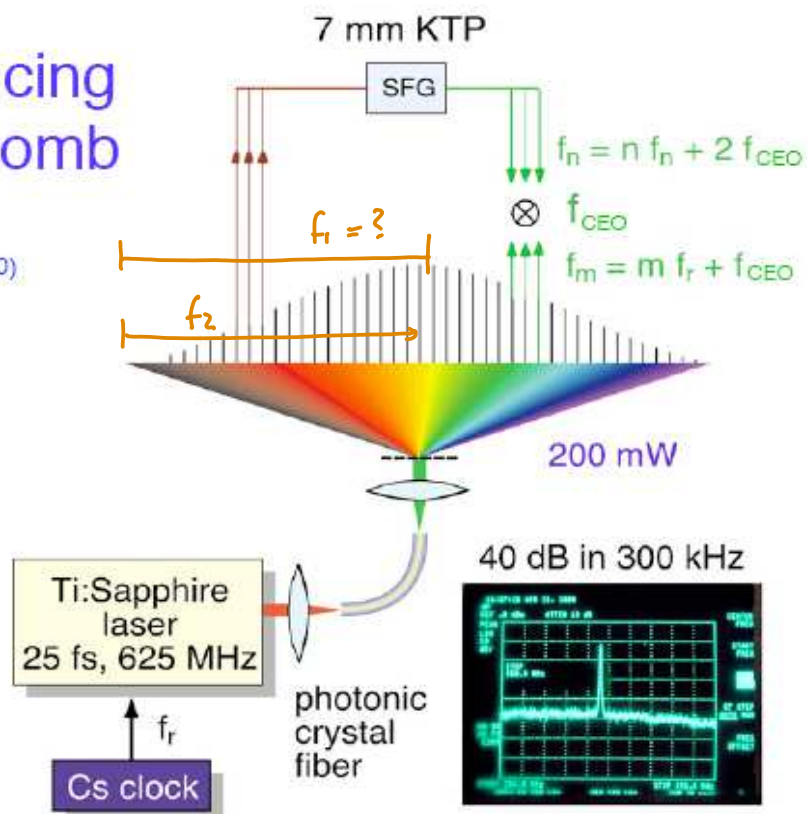
Idee von Hänsch: lese  $f_2$  von einem Frequenzkamm ab!

## Self-referencing frequency comb

R. Holzwarth et al., Phys. Rev. Lett **85**, 2264 (2000)

D. Jones et al., Science **288**, 635 (2000)

T.W. Hänsch, Witnessed disclosure (March 30, 1997)



Übersichtsartikel:

Th. Udem, R. Holzwarth, T.W. Hänsch, Nature, 416, 233 (2002).

Th. Udem, R. Holzwarth, T.W. Hänsch Physik Journal 1, 39 (2002).

# Proposal for a universal optical frequency comb synthesizer

T. W. Hänsch  
Max-Planck-Institut für Quantenoptik

(March 30, 1997)

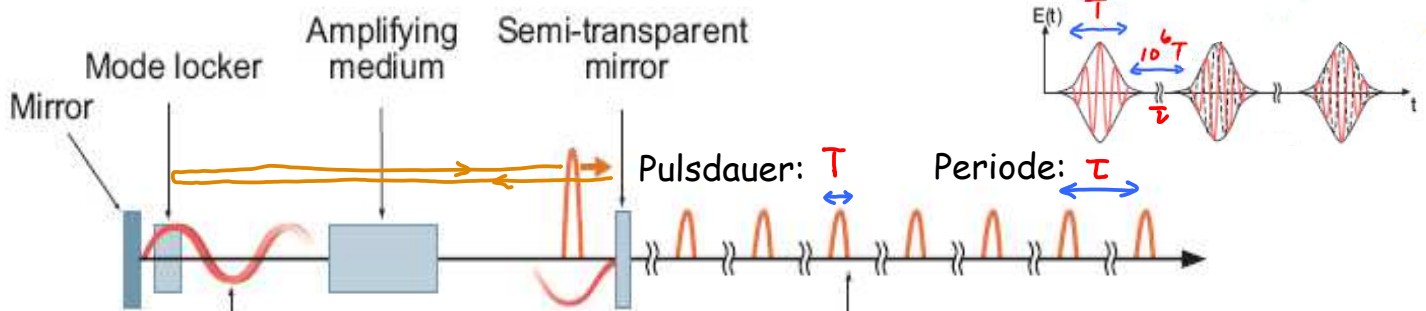
## Abstract

An optical frequency synthesizer is proposed which produces a wide comb of absolutely known equidistant marker frequencies throughout the infrared, visible, and ultraviolet spectral range. To this end, a white light continuum with pulse repetition rate  $f_p$  is produced by focusing the output of a mode-locked femtosecond laser into an optical fiber or bulk medium with a third order nonlinear susceptibility. The rate of phase slippage of the laser carrier relative to the pulse envelope  $f_s$  is monitored by observing a beat signal between the white light continuum and the second harmonic of the laser.

*read and understood*  
*April 4, 1997 Martin Weitz*  
*April 4, 1997 T. Udem*

### Schritt 1: Generiere periodische Pulsfolge

Applet: <http://www.physik.uni-wuerzburg.de/femto-welt/index.html>

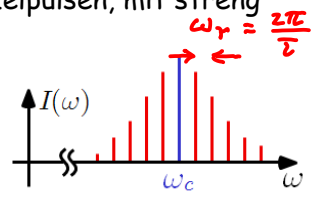


Überlagerung vieler stehender Wellen mit ähnlichen Frequenzen liefert scharfen Puls, der zwischen den Spiegeln hin und her läuft.

Teil der Amplitude jedes Pulses 'leckt' durch Spiegel heraus, liefert Kette von kurzen Einzelpulsen, mit streng periodischer Einhüllenden.

Puls-kette:  $E(t) = A(t) e^{-i\omega_c t} = \frac{1}{T} \sum_m \tilde{A}_m e^{-im\omega_r t} e^{-i\omega_c t}$  (1)

periodische Einhüllende      Trägersignal mit Trägerfrequenz:  $f_c \approx \frac{\omega_c}{2\pi} = 10^{15} \text{ Hz}$



Pulsdauer:  $T \approx 2 \times 10^{-14} \text{ s} \sim 1/(\text{Bandbreite d. überlagerten stehenden Wellen})$  (2)

$\Delta\omega \Delta t \sim 1$

Periode der Kette:  $\tau \approx \frac{1}{6} \cdot 10^{-8} \text{ s} \approx 10^6 T \sim$  (Abstand zwischen Spiegeln) (3)

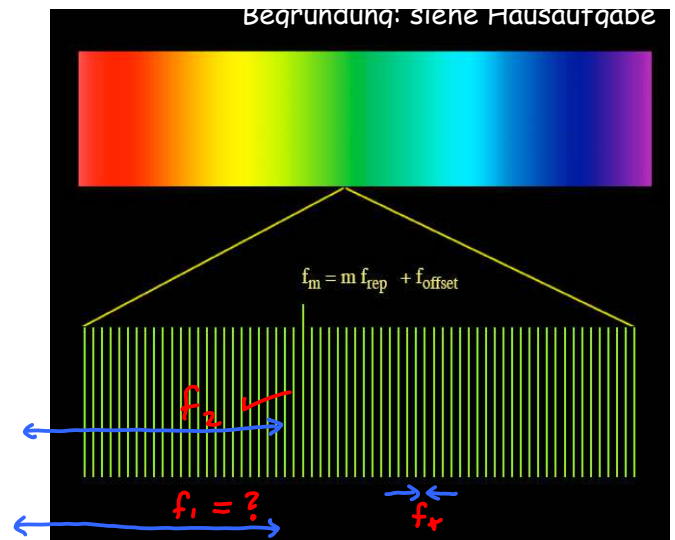
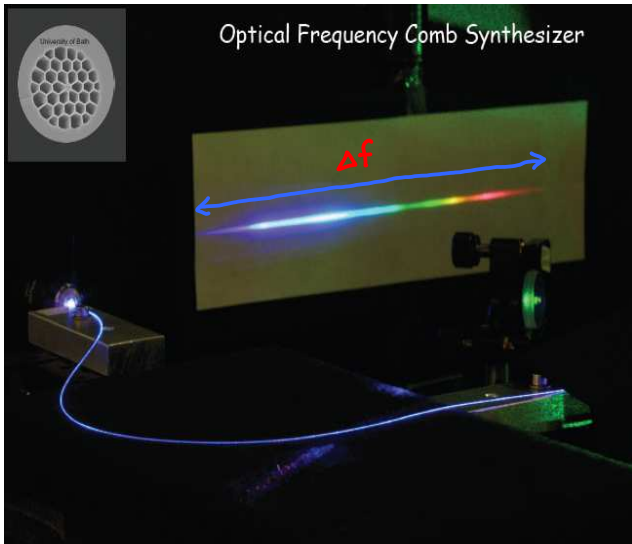
Repetitionsrate:  $f_r = \frac{1}{\tau} \approx 6 \cdot 10^8 \text{ Hz}$  langsam, gut messbar, mit Genauigkeit  $10^{-9}$  (4)

Messgenauigkeit:  $\delta f_r \approx 1 \text{ Hz}$  (5)

# Schritt 2: Zerlege Pulsfolge nach Frequenzen

C6.4e

Fourierspektrum der periodischen Pulsfolge ist ein Frequenzkamm:  $f_n = n f_r + f_0$



Kammbreite: invers proportional zur Dauer eines Pulses:  $\Delta f = \frac{1}{T} \approx \frac{1}{2} 10^{14} \text{ Hz}$  (1)

[(C6.2n.5):  $\epsilon$  dort  $T$  hier]

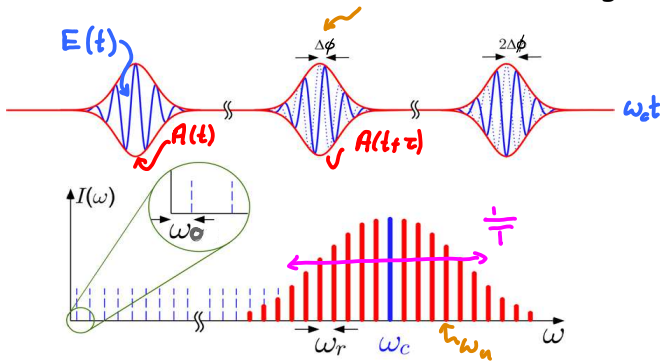
(Glasfaser verbreitert den Kamm zusätzlich auf  $10^{15} \text{ Hz}$ )

Frequenzauflösung: invers proportional zur Periode der Pulsfolge:  $f_r = \frac{1}{T} = 6 \cdot 10^8 \text{ Hz}$

Anzahl diskreter Frequenzen:  $\sim 10^{15} / 10^9 = 10^6 !$

## Problem: Puls-zu-Puls Phasenverschiebung zwischen Einhüllenden und Trägersignal

C6.4f



$$\omega_r = \frac{2\pi}{T} \quad (1)$$

$$\omega_c = N \omega_r + \omega_0 \sim \epsilon(0, \omega_r) \quad (2)$$

$$m \omega_r + \omega_c = (m + N) \omega_r + \omega_0 \quad (3)$$

Kammfrequenzen:  $\equiv n \omega_r + \omega_0 \equiv \omega_n$  (4)  
 $m + N \equiv n$

$$n f_r + f_0 \equiv f_n \quad (5)$$

$$f_r, f_0 \approx 10^8 - 10^9 \text{ Hz} \quad (6)$$

(7) langsam, also im Prinzip gut messbar!

maximal wenn  $m = 0$       maximal wenn  $n = N$

$$E(t) = \frac{1}{T} \sum_m \tilde{A}_m e^{-it(m \omega_r + \omega_c)} \stackrel{(4)}{=} \frac{1}{T} \sum_n \tilde{A}_{n-N} e^{-it(n \omega_r + \omega_0)} \quad (7)$$

Fourier-Spektrum ist ein Frequenzkamm:

$$\tilde{E}(\omega) = \int dt e^{i\omega t} E(t) \stackrel{(7)}{=} \frac{1}{T} \sum_n \tilde{A}_{n-N} \int dt e^{it(\omega - (n \omega_r + \omega_0))} = \frac{1}{T} \sum_n \tilde{A}_{n-N} \delta(\omega - (n \omega_r + \omega_0)) \quad (8)$$

Signal ist nicht streng periodisch, sondern hat Puls-zu-Puls Phasenverschiebung:

$$E(t+\tau) \stackrel{(7)}{=} \frac{1}{T} \sum_n \tilde{A}_{n-N} e^{-i(t+\tau)(n \omega_r + \omega_0)} = \frac{1}{T} \sum_n \tilde{A}_{n-N} e^{-it(n \omega_r + \omega_0)} \underbrace{e^{-i\tau n \frac{2\pi}{T}}}_{=1} \underbrace{e^{-i\tau \omega_0}}_{e^{-i\Delta\phi}} \quad (9)$$

$\Delta\phi$  hängt ab von  $\frac{v_g}{2v_{ph}} = \frac{\text{Gruppengeschwindigkeit}}{\text{Phasengeschwindigkeit}}$  der Pulse in der Kavität (und dieses wiederum von der Pumpleistung, usw.) (10)

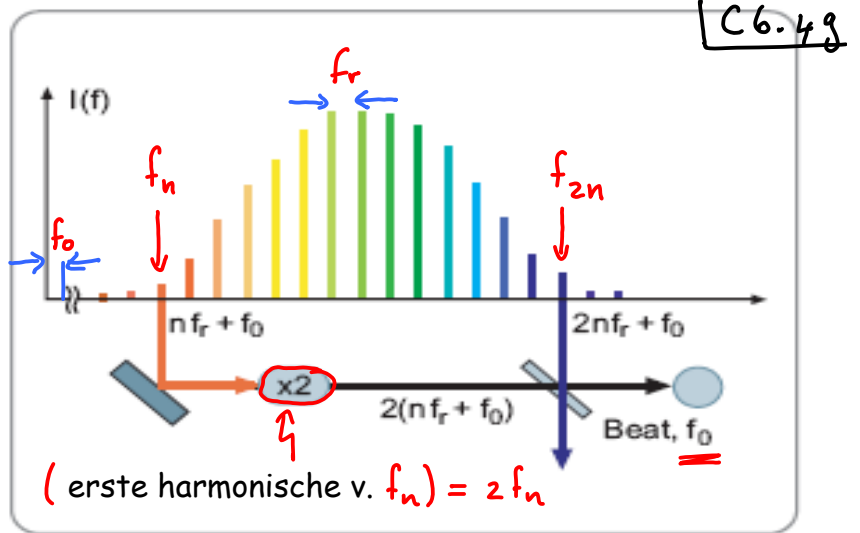
Phasenverschiebung hat langsame Zeitfluktuationen,  $\Delta\phi = \Delta\phi(t)$ , Kamm somit auch:  $f_0 = f_0(t)$

Schritt 3: Bestimmung v.  $f_0$  :

Nehme breiten Kamm, der eine 'ganze Oktave' enthält, d.h.

sowohl  $f_n \stackrel{(f.s)}{=} n f_r + f_0$  (1)

als auch  $f_{2n} \stackrel{(f.s)}{=} 2n f_r + f_0$  (2)



Überlagere Signale von  $2 f_n$  und  $f_{2n}$  :

(3)

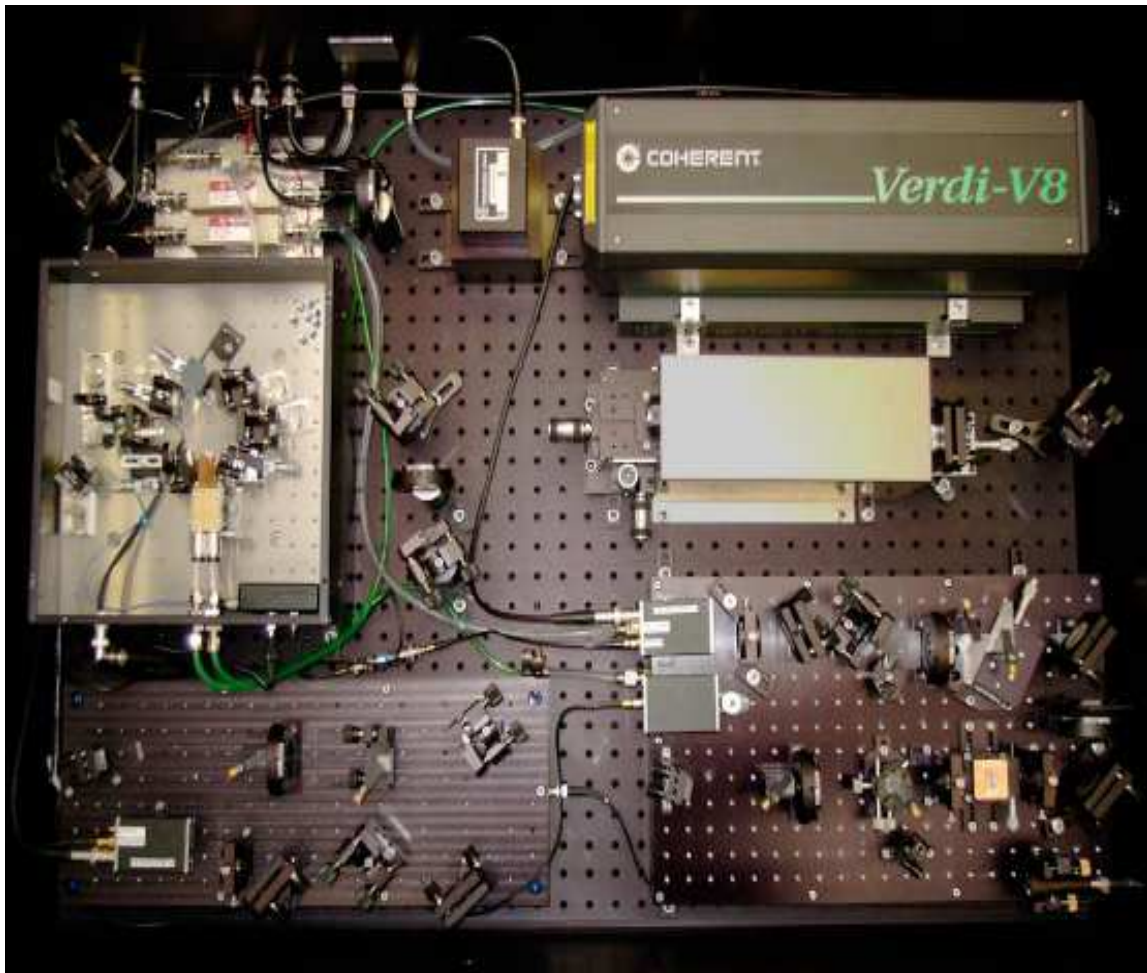
Das liefert Schwebung ('beat') mit Frequenz:

$$\frac{1}{2} [ 2 f_n - f_{2n} ] \stackrel{(1,2)}{=} \frac{1}{2} [ 2(n f_r + f_0) - (2n f_r + f_0) ] = \frac{1}{2} f_0 \checkmark \text{ meßbar, also regelbar (4)}$$

(siehe wieder Seite b,c )

Alle Kammfrequenzen sind jetzt bekannt, d.h. Referenzsignal ist kalibriert !

'A million stabilized lasers in a single beam'



### femtosecond laser frequency comb synthesizer

- 100 000 ultra-stable lasers at once
- revolutionary optical wave meter
- frequency counter from DC to UV
- clockwork for optical atomic clocks
- ultra-stable microwave source
- ...
- enabling tool for fundamental measurements
- arbitrary optical waveform synthesizer?
- ...
- source of phase-stabilized femtosecond pulses
- key to attosecond physics

Prof. Ferenc Krausz (LMU)



### Applications for (better) Atomic Clocks

- Precision Spectroscopy
- Time and frequency metrology
- Clock synchronization over large distances
- Very long baseline interferometry (VLBI)
- Higher performance satellite navigation (Galileo)
- Precise tracking of remote space probes
- Telecommunication, network synchronization
- Variability of earth's rotation
- Geodesy with millimeter precision
- Pulsar periods
- Test of special and general relativity
- Check constancy of fundamental constants
- ....



Oktober 2005, Schellingstr. 4, LMU, München

Dezember 2005



Röntgen-Tomographie: Messung der Dichte von Gewebe durch Absorption von Röntgenstrahlung.

eingestrahlt

transmittiert

$$t_0 - t(\xi, \phi) \equiv a(\xi, \phi)$$

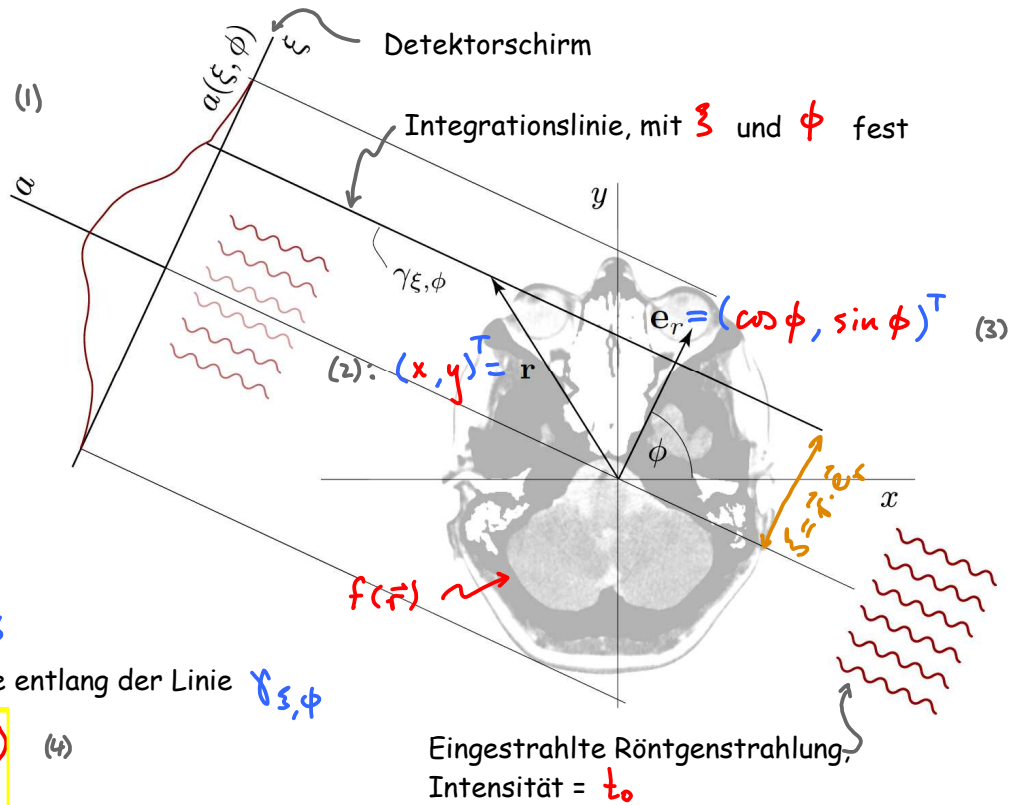
= Maß für Stärke der Absorption der Strahlung durch das Gewebe

Annahme: Absorption zwischen Punkten  $\vec{r}$  und  $\vec{r} + d\vec{r}$  ist proportional zur Dichte des Gewebes dort:  $\sim c f(\vec{r}) ds$  mit  $ds = |d\vec{r}|$

Gesamtabsorption für festes  $\xi, \phi$  entspricht dem Integral der Dichte entlang der Linie  $\gamma_{\xi, \phi}$

$$a(\xi, \phi) = c \int_{\gamma_{\xi, \phi}} ds f(x, y) \quad (4)$$

Intensität der absorbierten Strahlung wird gemessen als Funktion von  $\xi$  und  $\phi$ .



Eingestrahelte Röntgenstrahlung, Intensität =  $t_0$

Integrationslinie:

$$\gamma_{\xi, \phi} = \{ \vec{r} \in \mathbb{R}^2 \mid \xi = \vec{r} \cdot \vec{e}_r = x \cos \phi + y \sin \phi \} \quad (R.2,3) \quad (1)$$

Absorptionsintegral:

$$a(\xi, \phi) = c \int dx dy f(\vec{r}) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - \xi) \quad (R.4) \quad (2)$$

Fourier-Transform:

$$\tilde{a}(\vec{k}, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{-i\xi k} a(\xi, \phi) = \int dx dy e^{-i(x k \cos \phi + y k \sin \phi)} \cdot c \cdot f(\vec{r}) \quad (3)$$

$$\xi \leftrightarrow k$$

$$k \cos \phi \equiv k_x$$

$$k \sin \phi \equiv k_y$$

$$= c \int dx dy e^{-i(\vec{r} \cdot \vec{k})} f(\vec{r}) \equiv c \tilde{f}(\vec{k}) \quad (C6.3e.4) \quad (4)$$

Das Integral (4) entspricht einer 2-dimensionalen Fourier-Transformation!

$f(\vec{r})$  läßt sich somit durch Fourier-Rücktransformation bestimmen:

$$c f(\vec{r}) = \int \frac{dk_x dk_y}{(2\pi)^2} e^{i(x k_x + y k_y)} c \tilde{f}(\vec{k}) \quad (4) = (3) \quad (5)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} dk k \int_0^{2\pi} d\phi e^{i(x k \cos \phi + y k \sin \phi)} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{-i\xi k} a(\xi, \phi)$$

gewünschtes Dichteprofil

Integral in Polarkoordinaten

gemessen, (k.1):  $(t_0 - t(\xi, \phi))$  (6)