PN1
Besprechung der 10. Vorlesung

17.01.2022

Prof. Dr. Jan Lipfert und Prof. Dr. Ralf Jungmann

WS 2021/2022

Ohne Schwingung keine Welle

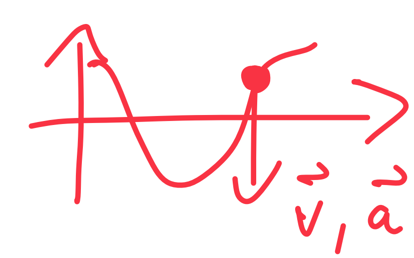
.) Welle: Breitet sich aus („legt Weg" zurück)

.) Schwingung: findet ausschließlich lokal statt

→ Welle setzt sich aus Schwingungen zusammen

↳ findet $\boxed{\text{kein}}$ Materialtransport statt

.) Vor. für Welle: gekoppelte Schwingungselemente



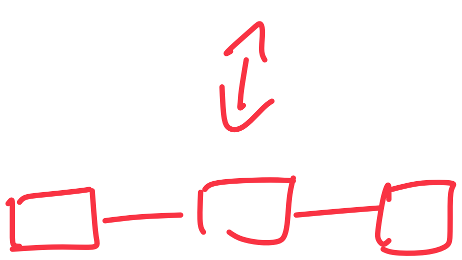
.) Schwingungselemente:

.) Licht ⇒ EM-Felder

.) Wasser ⇒ H_2O-Moleküle

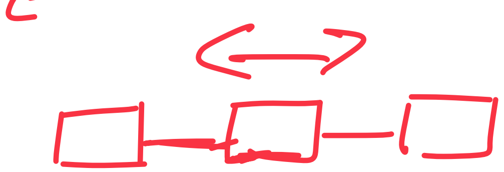
.) Schall ⇒ „Moleküle"

TRANSVERSAL



$\boxed{\text{GASE!}}$

LONGITUDINAL



Wellen als zusammengesetzte Schwingungen

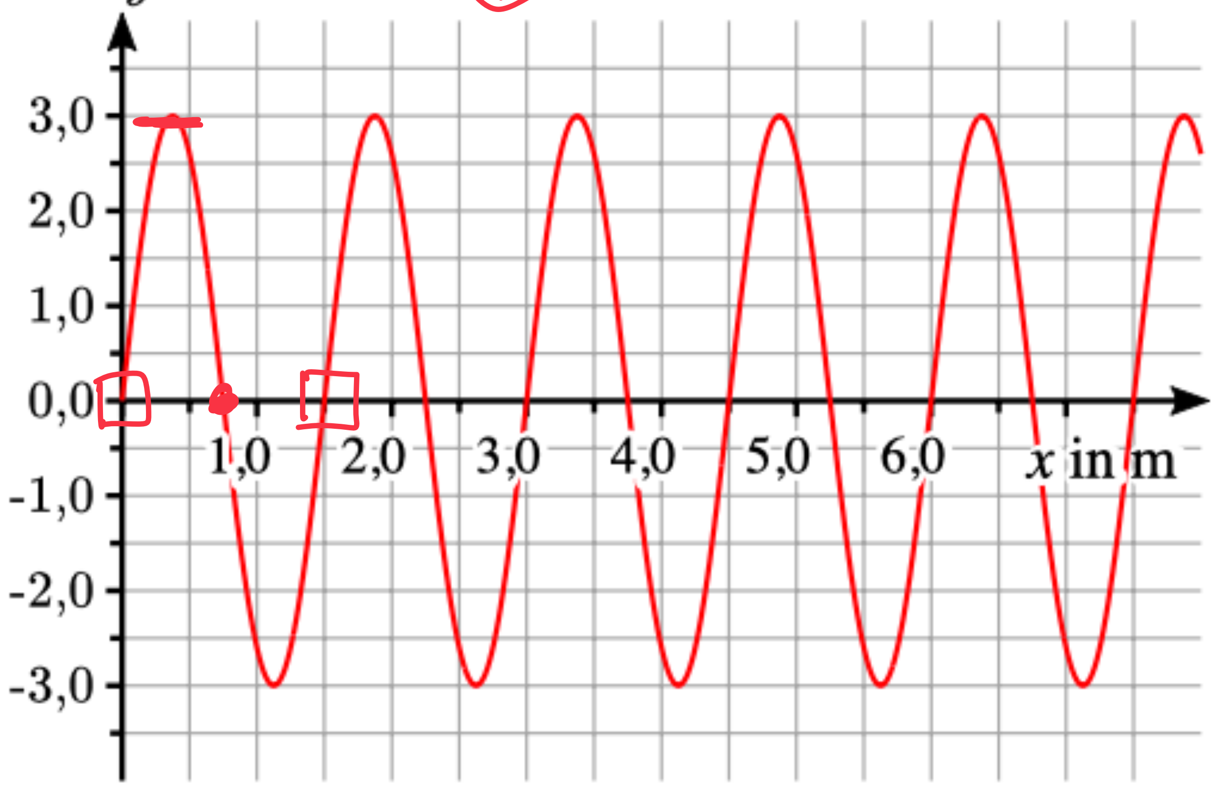
·) Amplitude: $y_0 = 3\,\mathrm{m}$

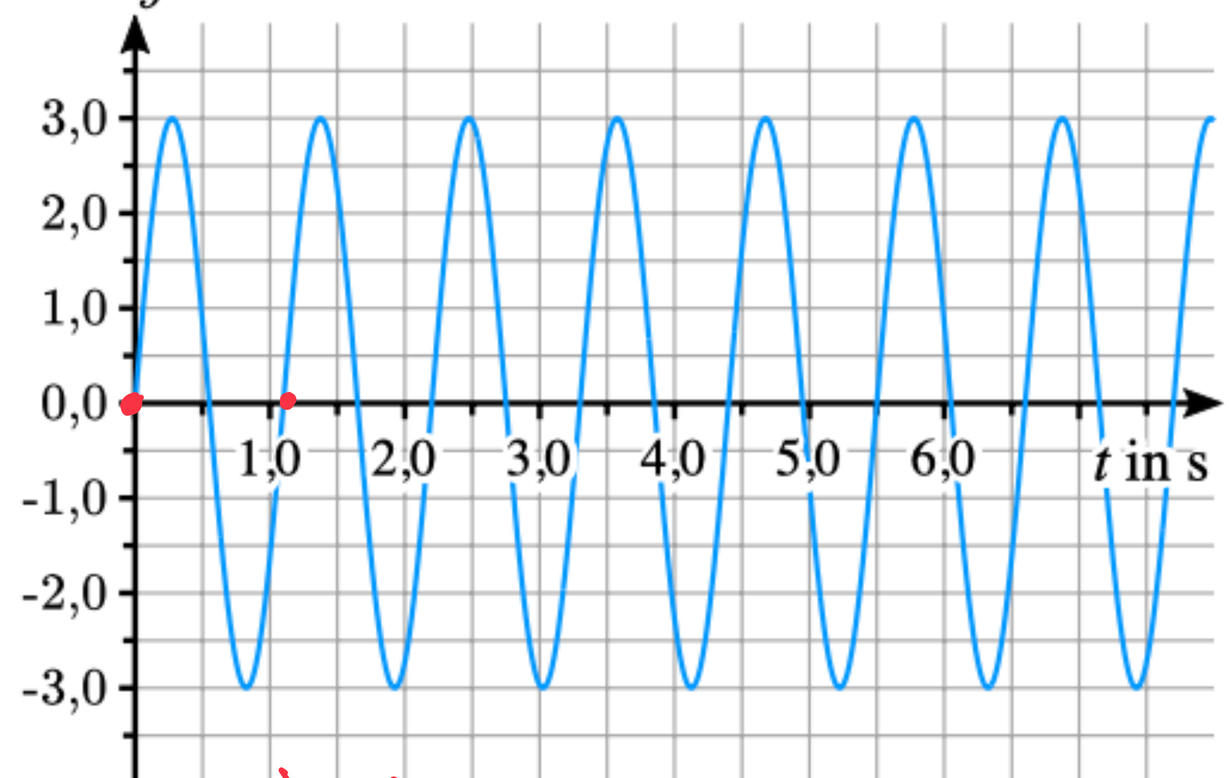
·) Schwingungsdauer: $T \approx 1{,}1\,\mathrm{s}$

·) Frequenz: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}1}\,\mathrm{Hz} = 0{,}91\,\mathrm{Hz}$

·) Wellenlänge:

$\lambda = 1{,}5\,\mathrm{m}$





·) Ausbreitungsgeschw.: $c = \lambda \cdot f = 1{,}5\,\mathrm{m} \cdot 0{,}91\,\mathrm{s}^{-1} = 1{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Welches der beiden Diagramme ist eine **Momentaufnahme der Welle** und welches stellt die **Schwingung eines Seilteilchens** dar?

Zusammenfassung Wellen

Wellen: Sich räumlich und zeitlich ausbreitende Schwingungen

Allgemein: $y(x,t) = f(\underbrace{x \pm ct}_{\text{Phase der Welle}})$

$x + ct$: Welle läuft nach $-x$

$x - ct$: Welle läuft nach $+x$

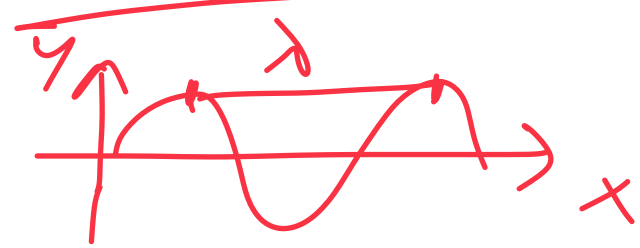
- **Spezialfall:** Harmonische Wellen:

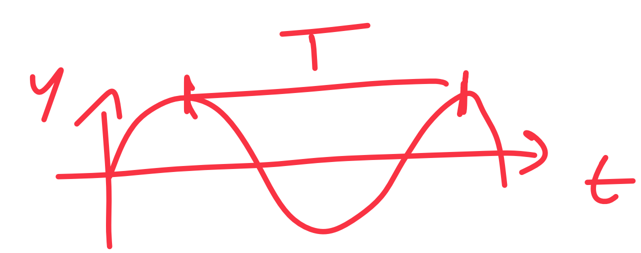
$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx \pm \omega t + \phi)$$

- **Wellenlänge:** λ
- **Wellenzahl:** $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- **Periode:** T
- **Kreisfrequenz:** $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- **Frequenz:** $f = \frac{1}{T}$

Phasengeschwindigkeit

$$\boxed{c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f}$$





Wiederholungsfrage

Unten sind die Gleichungen für drei verschiedene transversale Wellen gegeben. Ordnen Sie die drei Wellen nach ihrer Wellengeschwindigkeit, von der größten zur kleinsten.

$$(1)\quad y(x,t) = 2\sin(4x - 2t)$$
$$(2)\quad y(x,t) = \sin(3x - 4t)$$
$$(3)\quad y(x,t) = 2\sin(3x - 3t)$$

k	ω	$\omega/k = v$
4	2	0,5
3	4	1,3 ←
3	3	1

(A) 1 > 2 > 3

→ (B) 2 > 3 > 1

(C) 1 > 3 > 2

(D) Alle gleich

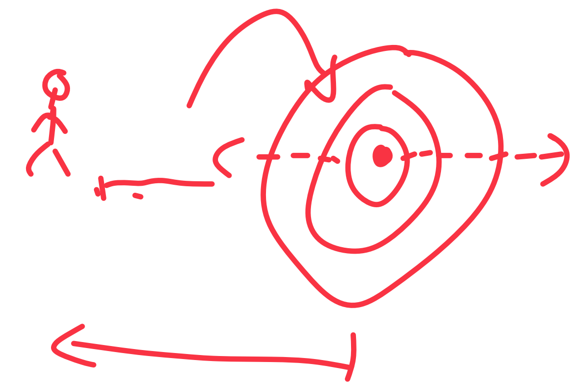
Allgemein:

$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$$

·) Steinwurf ins Meer:

Messung der Entfernung zum Ufer



Tools:
① Stoppuhr
② Maßstab

→ Vorgehen: ① Stoppe Zeit t_1 nach Auftreffen bis Welle am Ufer ankommt.

② Bestimme λ: $\lambda = \frac{c}{f} \Leftrightarrow c = \lambda \cdot f$

f: Zählen der Maxima N während der Zeit t_2

$\Rightarrow f = \frac{N}{t_2}$ $\Rightarrow \boxed{c = \lambda \cdot \frac{N}{t_2}}$

$\Rightarrow$ Entfernung: $\boxed{x = c \cdot t_1 = \lambda \cdot \frac{N}{t_2} \cdot t_1}$

·) **Wasserski**: $v = 12\,m/s$

·) Gleiche Richtung wie Welle: alle 0,6 s kommt ein Wellenberg

Gegen die Welle: alle 0,5 s kommt ein Wellenberg

→ Was ist die **Wellengeschwindigkeit**?

$v = 12\,m/s$

$t_m = 0{,}6\,s \qquad \Rightarrow \qquad v \cdot t_m = \lambda + \boxed{c\cdot} t_m \qquad (1)$

$t_g = 0{,}5\,s \qquad\qquad\qquad v \cdot t_g = \lambda - c \cdot t_g \qquad (2)$

$\Rightarrow$ c durch $(1) - (2)$

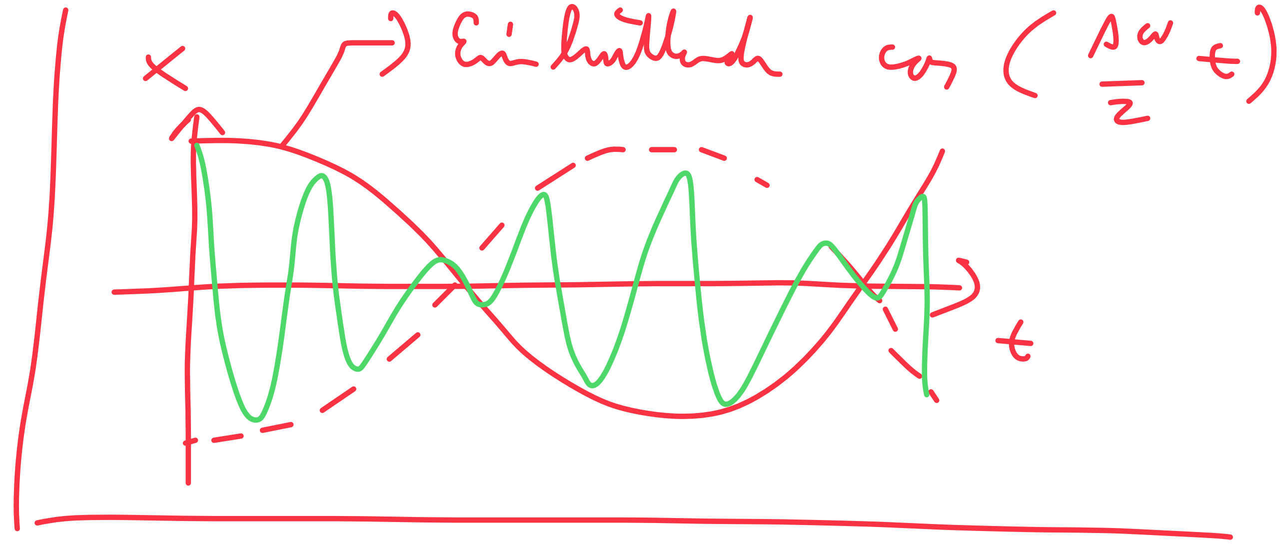
$$v \cdot t_m - v \cdot t_g = \lambda + c t_m - \lambda + c t_g$$

$$\Leftrightarrow v \cdot (t_m - t_g) = c \cdot (t_m + t_g) \quad \Leftrightarrow c = \frac{v \cdot (t_m - t_g)}{t_m + t_g}$$

$$\Rightarrow c = 1{,}1\,m/s$$

Schwebung:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a\cdot\cos(\omega_1 t) \\ x_2 &= a\cdot\cos(\omega_2 t) \end{aligned}\right\} \quad \omega_1 \neq \omega_2$$



⇒ Überlagerung: $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$$= a\cdot\left[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right]$$

mit: $$\boxed{\cos\alpha + \cos\beta = 2\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}$$

Additionstheorem

$$\Rightarrow\ = 2\cdot a\cdot\cos\left[\frac{(\omega_1-\omega_2)}{2}t\right]\cdot\cos\left[\frac{(\omega_1+\omega_2)}{2}t\right]$$

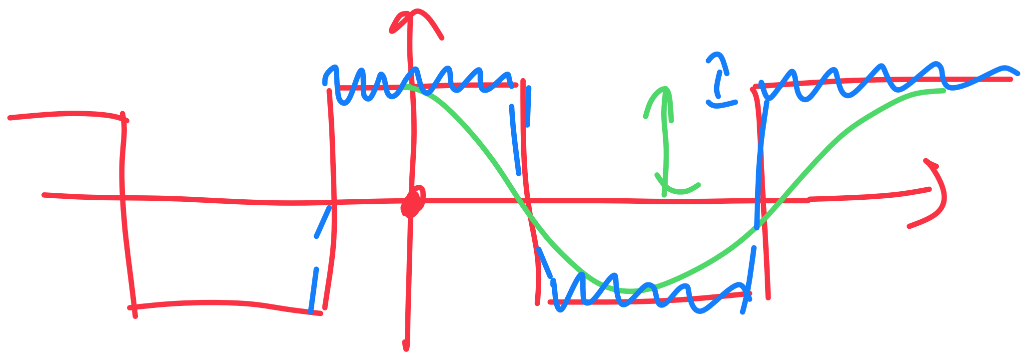
·) Betrachte nun $\omega_1 \approx \omega_2$; $\boxed{\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2}$ $\boxed{2\omega = \omega_1 + \omega_2}$

$$\Rightarrow x(t) = 2\cdot a\cdot\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cdot\cos(\omega t)$$

·) Fourier Synthese:

$$x(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n \cdot \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

Bsp.:



$$f(t) = \boxed{\cos(\omega t)} + \frac{1}{3}\left(\cos(3\omega t)\right) + \frac{1}{5}\left(\cos(5\omega t)\right) + \dots$$

Zusammenfassung Wellengleichung und Superposition

Wellengleichung:

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

Superpositionsprinzip:
Wellen können sich überlagern und die resultierende Welle ist die Summe der Einzelwellen (so lange das Medium linear reagiert). Die Summe von Lösungen der Wellengleichung ist wieder eine Lösung der Wellengleichung.

- Wellen mit Phasenverschiebung: **Konstruktive / destruktive Interferenz**
- Gegenläufige Wellen: **Stehende Wellen**
- Ähnliche Frequenzen: **Schwebungen**
- Zerlegung von Wellen in verschiedene Frequenzkomponenten: **Fourier-Analyse**
- Zerlegung von Wellen in Elementarwellen: **Huygenssches Prinzip**