

Übungsaufgaben zu E1 / E1p Mechanik, WS 2021/22

Thomas Udem, Karl-Heinz Mantel

Fakultät für Physik, Ludwig-Maximilians-Universität, München

Blatt 7

wird besprochen am 08./09./10.12.2021

Anmerkung: Lehramtsstudierende und Studierende mit Nebenfach (6 ECTS) brauchen Aufgaben, die mit einem (*) gekennzeichnet sind, nicht zu bearbeiten.

Aufgabe 28 Beschleunigte Koordinatensysteme

- a) Geozentrisches Weltbild: Beschreiben Sie die Umlaufbahn des Mars im Koordinatensystem der Erde. Zeigen Sie, dass die Marsbahn durch eine Epizykloide

$$\begin{aligned}x(t) &= R_1 \cos(\omega_1 t) + R_2 \cos(\omega_2 t + \varphi) \\y(t) &= R_1 \sin(\omega_1 t) + R_2 \sin(\omega_2 t + \varphi)\end{aligned}$$

beschrieben werden kann. Nehmen Sie vereinfachend an, beide Orbits seien kreisförmig. Zeichnen Sie die Bahn.

- b) Zeigen Sie, dass eine Ellipse ebenfalls durch eine Epizykloide beschrieben werden kann, falls eine der beiden Kreisbewegungen einen gegengesetzten Drehsinn hat.
c) Zeigen Sie, dass die Formeln aus der Vorlesung für den eindimensionalen elastischen Stoß

$$\begin{aligned}v_1' &= \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\v_2' &= \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}\end{aligned}$$

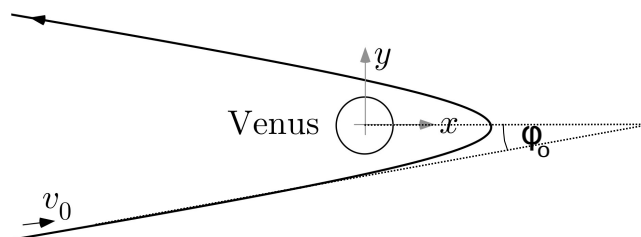
Galilei-Invariant sind, d.h. die gleiche Form in einem mit u bewegten Koordinatensystem haben.

- d) Zeigen Sie, dass die Erhaltung der kinetischen Energie bei einem elastischen Stoß

$$\frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = \frac{m_1}{2} v_1'^2 + \frac{m_2}{2} v_2'^2$$

Galilei-Invariant ist.

- e) Gilt das auch für den inelastischen Stoß?
f) Eine Sonde fliegt wie skizziert mit der Gesamtenergie $E > 0$, gemessen im Bezugssystem des Planeten, an der Venus vorbei.

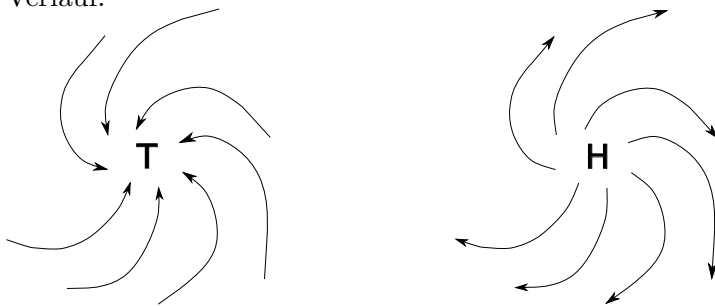


Aus dem Unendlichen kommend hat die Sonde der Masse m die Geschwindigkeit v_0 . Wie groß ist die Geschwindigkeit der Sonde wenn sie wieder dort ankommt? Wie groß ist der Ablenkwinkel $\Delta\varphi$? Vergleichen Sie die Energie der Sonde bei $t = -\infty$ und $t = +\infty$. Vernachlässigen Sie den Rückstoß der Sonde auf die Venus.

- g) Jetzt beschreiben Sie die Situation im Koordinatensystem der Sonne. Nehmen Sie dazu an die Venus bewege sich mit v_v nach links (im Bild) und ihre Bahn darf näherungsweise als Gerade beschrieben werden. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Sonde bei $t = -\infty$ und $t = +\infty$? Vergleichen Sie die Energie der Sonde bei $t = -\infty$ und $t = +\infty$. Gilt die Energieerhaltung?
- h) Geben Sie die maximale Geschwindigkeitsänderung Δv_0 der Sonde nach f) für $\Delta v_0 \ll v_0 \cos(\varphi_0)$ durch das "slingshot" Manöver an.

Aufgabe 29 Corioliskraft

- a) Auf der Nordhalbkugel zeigen die Strömungsmuster von Hoch- und Tiefdruckgebieten folgenden Verlauf:



Erklären Sie diese Strömungsmuster. Welchen Verlauf zeigen die Strömungsmuster auf der Südhalbkugel und wie lässt sich dies erklären?

- b) Die Donau fließt bei Ingolstadt in etwa nach Osten. Nehmen Sie an das Wasser fließt mit 5 m/s über eine Breite von 50 m. Wie viel höher steht das Wasser am Südufer wie am Nordufer?
- c) Sie halten im Englischen Garten einen Apfel mit der Masse m in einer Höhe von $s = 1,5$ m über dem Boden und lassen ihn fallen. Um welche Strecke wird er nach Osten abgelenkt? Vernachlässigen Sie bei der Rechnung die Horizontalgeschwindigkeit gegenüber der Vertikalgeschwindigkeit.

Aufgabe 30 Roche-Limit (*)

- a) Das Roche-Limit d_R ist der Abstand (Mond-Planet) unterhalb dessen ein Mond durch die Gezeitenkräfte seines Planeten auseinander gerissen wird. In dieser Aufgabe soll das Roche-Limit in der Näherung starrer, homogener Kugeln für Mond (Masse m_M , Radius r_M und Planet (Masse M , Radius R) bestimmt werden. Dazu betrachten wir eine kleine Testmasse (Masse m_0) auf der Oberfläche des Mondes die dem Planeten gegenüber liegt. Auf die Testmasse wirkt die Gravitationskraft des Planeten und die Gravitationskraft des Mondes. Zeigen Sie, dass dann - unter Vernachlässigung der Rotation - das Roche-Limit gegeben ist durch:

$$d_R = r_M \sqrt[3]{2 \frac{M}{m_M}}$$

- b) Berechnen Sie das Roche Limit für den Marsmond Phobos, der den Mars in einem Abstand von $d = 9,4 \times 10^6$ m umkreist.
Hinweis: $\rho_{Phobos} = 2 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{Mars} = 3,93 \text{ g/cm}^3$, $R_{Mars} = 3,4 \times 10^6$ m.
- c) Warum gehen Astronomen davon aus, dass der Mars zukünftig ein kleines Ringsystem ausbilden wird?
- d) Warum werden künstliche Satelliten nicht unter dem Einfluß der Gezeitenkraft zerrissen?