

Übungsaufgaben zu E1 / E1p Mechanik, WS 2021/22

Thomas Udem, Karl-Heinz Mantel

Fakultät für Physik, Ludwig-Maximilians-Universität, München

Blatt 5

wird besprochen am 24./25./26.11.2021

Anmerkung: Lehramtsstudierende und Studierende mit Nebenfach (6 ECTS) brauchen Aufgaben, die mit einem (*) gekennzeichnet sind, nicht zu bearbeiten.

Aufgabe 20 Reibung

Sie wollen beim Fußball den Ball zusammen mit dem Torwart ins Tor schießen. Der Ball hat eine Masse von $m_B = 1$ kg, der Torwart $m_T = 75$ kg. Der Haftreibungskoeffizient des Torwarts am Boden beträgt $\mu_H = 0,7$.

- Wie schnell muss der Ball geschossen werden wenn die Dauer des Kraftstoßes beim Fangen des Balls $0,1$ s ist? Erklären Sie warum man die Dauer hier wissen muss, obwohl die Impulserhaltung unabhängig von allen Details des Stoßes ist?
- Den inoffiziellen Weltrekord für den härtesten Schuss im Fußball hält Roberto Carlos da Silva Rocha (Brasilien). Der nur $1,68$ m große Spieler mit einem Unterschenkelumfang von 58 cm erreichte bei einem Freistoß 212 km/h.
Nehmen Sie an, der Torwart steht 1 m vor der Torlinie und fängt mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 3,1 \pm 0,1 \frac{m}{s}$ nach dem Fangen des Balls zu rutschen an. Der Gleitreibungskoeffizient betrage $\mu_G = 0,5$. Rutscht der Torwart bei einem Schuß von Roberto über die Torlinie? Mit welcher Unsicherheit im Spielstand muss der Schiedsrichter das Spiel beenden?
- Erklären Sie den Sinn eines Antiblockier-Systems (ABS).
- Sie haben ein Auto mit dem perfekten Bremssystem welches die maximal mögliche Kraft auf die Straße überträgt. Der Haftreibungskoeffizient μ_H von Reifen auf trockener Straße ist in etwa $0,8$. Ist es möglich das Auto bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h innerhalb einer Strecke von 2 m zum Stillstand zu bringen? Hängt die Antwort von der Masse des Autos ab? Welche Beschleunigung wäre dafür nötig? Setzen Sie dabei die Näherungen aus der Vorlesung als korrekt voraus. Welche Strecke benötigt das Auto mindestens um zum Stillstand zu kommen?
- Schlagen Sie Werte für verschiedene Haftreibungskoeffizienten μ_H nach. Gibt es ein physikalisches Prinzip das aus dem wir $\mu_H < 1$ folgern könnten?

Aufgabe 21 Saturn V

- Die Saturn V Mondrakete hatte eine Startmasse von $m_0 = 2,764 \times 10^6$ kg, eine Masse von $m_e = 0,726 \times 10^6$ kg bei Brennschluss $T = 150,7$ s und eine Ausströmgeschwindigkeit der Treibgase von $w = 2,55$ km/s (siehe "flight manual": <https://history.nasa.gov/afj/ap08fj/pdf/sa503-flightmanual.pdf>). Berechnen Sie die Schubkraft unter der Annahme, dass der Treibstoff gleichmässig verbrannt wird.
- Der Treibstoff RP-1 wird im Massenverhältnis $2,77$ (LOX/RP-1) mit flüssigen Sauerstoff (LOX) verbrannt und hat eine Energiedichte von 43 MJ/kg. Berechnen Sie thermische Leistung und vergleichen Sie diese mit der geschätzten Leistung aller Kraftwerke der USA.
- Sie drosseln die Treibstoffzufuhr bis die Rakete über dem Boden schwebt ohne sich zu bewegen. Wie lange kann die Rakete dort bleiben?

- d) Berechnen Sie unter den Angaben in a) die Geschwindigkeit und die Beschleunigung vom Zeitpunkt der Zündung bis zum Brennschluss unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes. Wann ist die Beschleunigung maximal?
- e) Nehmen Sie an, die Saturn V Rakete brennt lediglich die erste Stufe ab und fliegt in einem homogenen Gravitationsfeld von $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ senkrecht nach oben. Wie hoch kommt sie?
- f) Die Dritte Stufe kann einen Schub von 890 kN entwickeln und hat eine Startmasse von $1,2 \times 10^5 \text{ kg}$. Kann diese Stufe für sich von der Erdoberfläche abheben?
- g) Kann man bei Neumond auf dem Mond landen?

Aufgabe 22 Keplerbahn

- a) Ist es denkbar, dass die Kraft zwischen zwei Punkten (bei Vernachlässigung aller anderen Einflüsse) nicht entlang der Verbindungslinie der beiden Punkte verläuft?
- b) Die Alltagserfahrung zeigt, dass bewegliche Objekte ohne kontinuierliche Energiezufuhr früher oder später stets zur Ruhe kommen und in den Zustand geringster potentieller Energie übergehen. Somit verbringen sie die meiste Zeit im Zustand geringster potentieller Energie, das Minimum der potentiellen Energie ist somit ein Attraktor.
Wie verhält sich dies auf einer Kepler-Bahn?
- c) Nach dem 1. Keplerschen Gesetz bewegen sich die Planeten auf Ellipsen wobei in einem ihrer Brennpunkte die Sonne steht. Macht es für die Planetenbewegung einen Unterschied in welchem der beiden Brennpunkte die Sonne steht?

Aufgabe 23 Sagittarius A* (*)

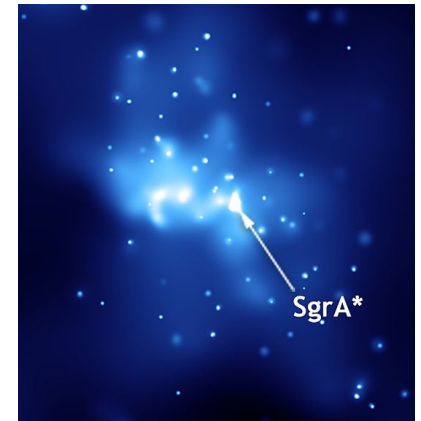
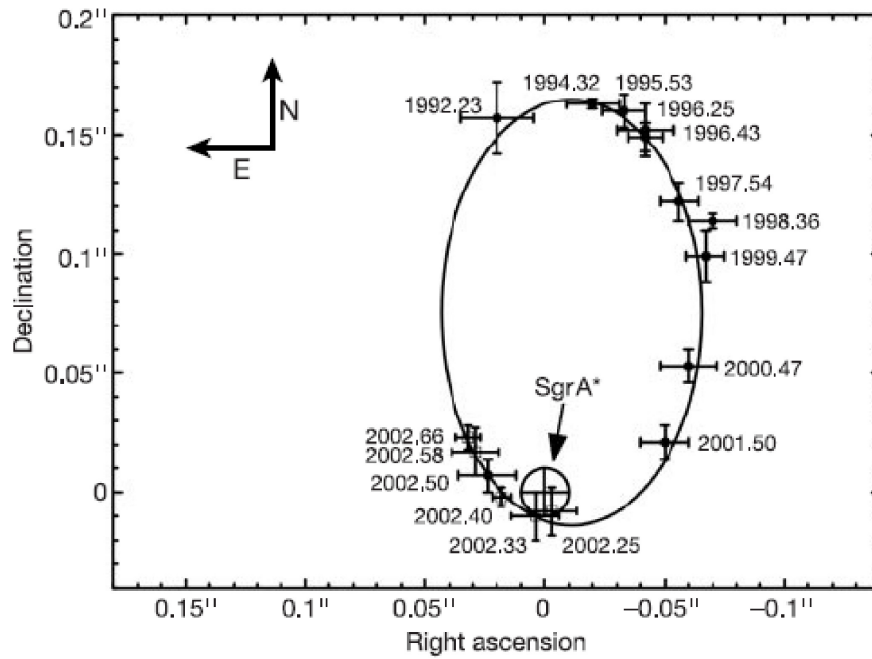
Es soll das 3. Keplersche Gesetz

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

abgeleitet werden. In der Vorlesung wurde der folgende Ausdruck für die Fläche \vec{A} , die der Fahrstrahl beim Kepler-Orbit eines Körpers mit der Masse m und dem Drehimpuls \vec{L} pro Zeiteinheit überstreicht abgeleitet:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\vec{L}}{2m}$$

- a) Trennen Sie die variablen $d\vec{A}$ und dt , wie bei der Herleitung der Raketengleichung, und integrieren Sie über einen ganzen Umlauf.
- b) Damit erhalten Sie eine Beziehung zwischen der Umlaufzeit T und der von der Bahn eingeschlossenen Fläche. Zeichnen Sie einen Kepler-Orbit in Form einer Ellipse mit den Brennpunkten und den großen und kleinen Halbachsen a und b .
- c) Verwenden Sie die Darstellung der Ellipse in Polarkoordinaten, die Beziehung $b^2 = a^2(1 - \epsilon^2)$ zwischen den Halbachsen und der Elliptizität des Kepler-Orbits sowie die Beziehung für die Fläche der Ellipse $A = 2\pi ab$ um mit dem Ergebnis aus a) das dritte Kepler-Gesetz abzuleiten (in der Vorlesung wurde dies nur für eine Kreisbahn getan).
Hinweis: Für den Fall $\varphi = 0$ beträgt die Länge des Radiusvektors $r(\varphi) = a(1 - \epsilon)$.
- d) Mit Hilfe der in Teilaufgabe c) hergeleiteten Beziehung zwischen der großen Halbachse und der Umlaufzeit (3. Keplersches Gesetz) können Sie die Bahnparameter aus den beobachteten Positionen des Sterns S2, welcher sich in einer Umlaufbahn um das galaktische Zentrum Sagittarius A* (SgrA*) befindet, bestimmen. Wie groß ist Masse in diesem Zentrum? Ermitteln Sie die benötigten Größen aus der Graphik und berücksichtigen Sie, dass wir die Bahnebene von S2 unter 46° nach Norden gekippt sehen. Der Abstand r zum galaktischen Zentrum beträgt 8 kpc.



Im Jahr 2020 erhielt Reinhard Genzel (Prof. an der LMU und Direktor am Max-Planck-Institut für Astrophysik) den Physiknobelpreis für die Bestimmung der zentralen Masse in Sagittarius A*.

Nobel-Vorlesung: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/genzel/lecture/>.