

# Übungsaufgaben zu E1 / E1p Mechanik, WS 2021/22

Thomas Udem, Karl-Heinz Mantel

Fakultät für Physik, Ludwig-Maximilians-Universität, München

Blatt 4

wird besprochen am 17./18./19.11.2021

---

**Anmerkung:** Lehramtsstudierende und Studierende mit Nebenfach (6 ECTS) brauchen Aufgaben, die mit einem (\*) gekennzeichnet sind, nicht zu bearbeiten.

## Aufgabe 15 Hammerwerfer

Eine Masse von  $m = 7,2 \text{ kg}$  werde auf einem Radius von  $R = 2 \text{ m}$  gleichmäßig beschleunigt und unter dem Winkel  $\varphi = 45^\circ$  (maximale Reichweite) zur Vertikalen losgelassen. Die maximale Rotationsfrequenz von  $f_{max} = 2 \text{ Hz}$  wird nach  $n = 3$  Umdrehungen erreicht.

- Bestimmen Sie die maximale Bahngeschwindigkeit  $v_{max}$  und die maximal erreichbare Wurfweite  $x_{max}$ .
- Wie groß ist die maximal aufzuwendende Normalkraftkomponente um die Masse auf der Kreisbahn zu halten (also die Kraft um den Hammer kurz vor dem Loslassen noch zu halten)?
- Wie groß ist die maximale Winkelbeschleunigung  $\ddot{\omega}$ ?
- Bestimmen Sie die maximale Tangentialbeschleunigung  $a_t$  und die maximale Gesamtbeschleunigung  $a$ .

## Aufgabe 16 Impuls

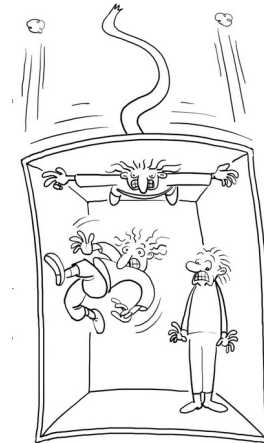
Sie halten einen Apfel mit der Masse  $100 \text{ g}$  in einer Höhe von  $1,5 \text{ m}$  über dem Boden und lassen ihn fallen.

- Berechnen Sie den Impuls  $p$  des Apfels kurz vor dem Aufprall auf dem Boden.
- Berechnen Sie die Impulsänderung der Erde durch die Gravitation des Apfels. Welche Aufwärtsgeschwindigkeit der Erde ergibt sich daraus?
- Der Apfel fällt in einen Sandkasten und dringt  $3 \text{ cm}$  tief in den Sand ein. Welche Kraft wirkt auf den Apfel während des Eindringens? Nehmen Sie dazu an, der Apfel (Sorte "Diamond Jubilee", extra hart) wird nicht verformt und gleichmässig auf Null beschleunigt.
- Schlagen Sie die Größe des indischen Subkontinents, seine Geschwindigkeit in Richtung Himalaja und die mittlere Dichte der Erdkruste nach. Berechnen Sie den Impuls des Subkontinents unter Annahme dieser sei  $100 \text{ km}$  dick. Schlagen Sie die Masse und die maximale Geschwindigkeit der größten Öltanker nach. Wie viele Öltanker dieses Typs benötigen Sie in etwa um den indischen Subkontinent zu stoppen (unter der Annahme, dass dieser nicht sofort wieder in Bewegung versetzt wird).
- Zwei Planeten von der Größe der Erde ziehen sich mit einer "Erdbeschleunigung" von  $g$  an. Welche Beschleunigung erfährt Erde #1 im Schwerfeld der Erde #2 und umgekehrt? Welche relative Beschleunigung der beiden Erden ergibt sich draus?

**Aufgabe 17 Aufzug**

In einem Aufzug steht eine Person auf einer Personenwaage. Die Waage zeigt 75 kg an.

- Was misst die Waage, Gewicht oder Masse?
- Der Aufzug bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit nach unten. Was zeigt die Waage an? Wo muss die Waage plaziert werden?
- Der Aufzug wird nun mit einer konstanten Beschleunigung von  $2g$  nach unten beschleunigt. Was zeigt nun die Waage an? Wo muss die Waage plaziert werden? Unter welchen Bedingungen kann die Person aufrecht gehen?
- Der Aufzug fährt jetzt wieder mit konstanter Geschwindigkeit. Plötzlich reißt 10 m über dem Boden des Aufzugschachtes das Aufzugsseil. Was zeigt nun die Waage an? Mit welcher Geschwindigkeit käme die Person am Boden des Aufzugschachtes an?
- Was ändert sich bei Aufgabenteil d), wenn sich der Aufzug auf dem Mond befindet ( $g_{Mond} = \frac{1}{6} g_{Erde}$ )?

**Aufgabe 18 Potentielle und kinetische Energie**

An einer vertikal angebrachten Spiralfeder mit der Federkonstanten  $D$  wird eine Masse  $m$  daran angebracht und zunächst festgehalten. Wir wählen den Bezugspunkt der potentiellen Energie  $E_{pot}$  im Schwerfeld der Erde so, dass  $E_{pot} = 0$  am Ausgangspunkt bei  $x = 0$ . Die X-Achse ist in vertikaler Richtung nach oben ausgerichtet.

- Sie lassen die Masse langsam nach unten sinken bis die Feder die Gewichtskraft kompensiert. Wie weit dehnt sich die Feder?
- In einem zweiten Experiment lassen Sie die Masse plötzlich los. Wie tief fällt sie bis die Feder sie wieder nach oben zieht?
- Wie groß ist die potentielle Energie in Teilaufgabe b) wenn Sie loslassen?
- Bei welcher Auslenkung  $x$  ist die kinetische Energie maximal? Berechnen Sie die Geschwindigkeit bei dieser Auslenkung.

**Aufgabe 19 Corona-Impfquote Kovarianz (\*)**

Betrachten Sie die dargestellte Covid-19 Inzidenz und die Impfquote in Deutschland am 7.11.2021. Man erkennt eine gewisse Varianz der Werte für die Bundesländer.

- Erklären Sie die Kovarianz der Werte in Figure 1.
- Um die Situation quantitativ zu beschreiben verwenden Sie die Daten vom 7.11.2021 aus der Tabelle (s.u.). Berechnen Sie die Mittelwerte und die Varianzen der Impfquote und der Inzidenz sowie die Kovarianz zwischen Impfquote und der Inzidenz. Auf welche Größen würden Sie die Kovarianz normieren um diese aussagekräftig zu machen? Betrachten Sie für diesen Zweck den Zusammenhang zwischen dem sogenannten "Pearson Korrelationskoeffizient" und der Kovarianz. Können Sie aus der Kovarianz schließen, dass es einen Zusammenhang zwischen den beiden Größen gibt?

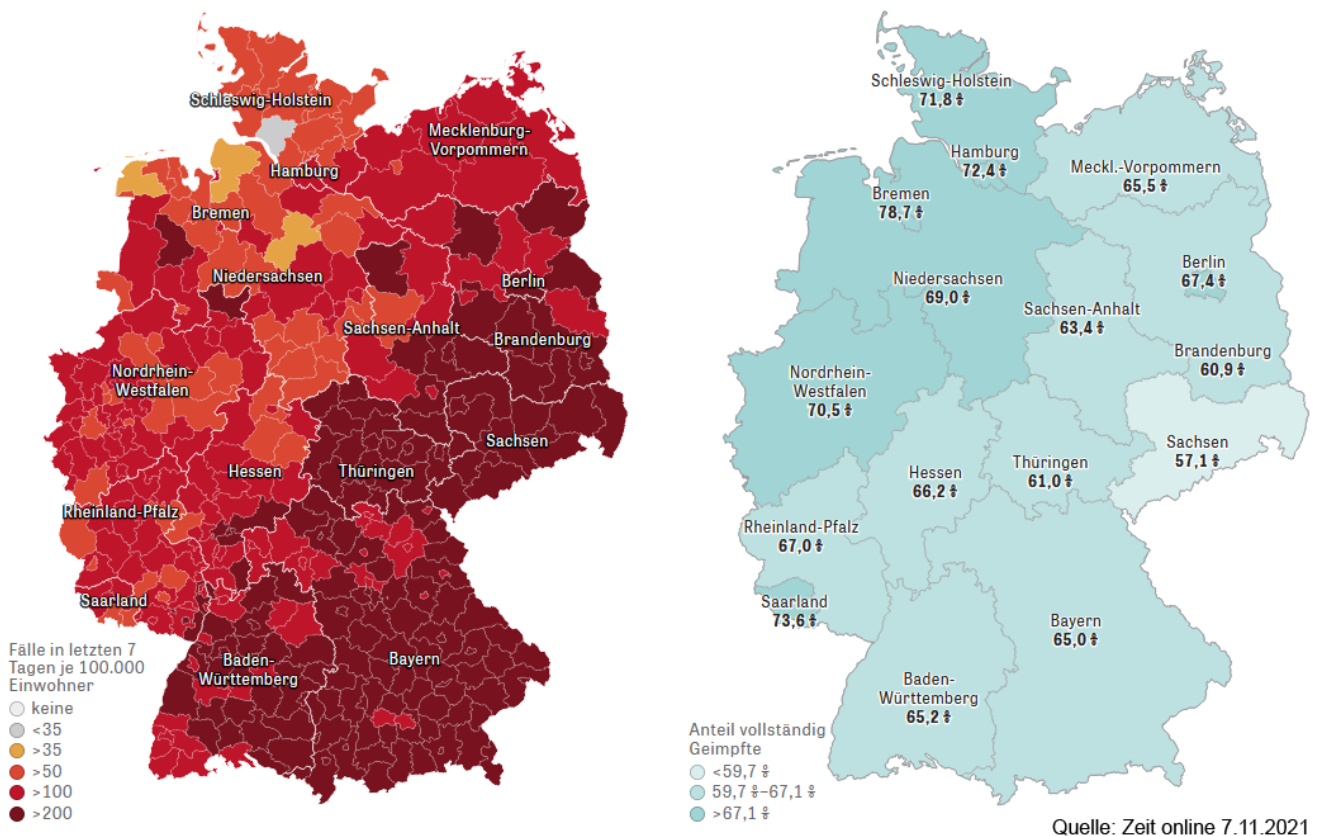


Figure 1: Links: SARS-CoV-2 Inzidenz in Deutschland. Rechts: Quote der vollständig Geimpften.

- c) Tragen Sie die Daten in der Tabelle (s.u.) graphisch als Inzidenz ( $y$ ) gegen die Impfquote ( $x$ ) auf. Mit einer Ausgleichsgeraden der Form  $y = a + bx$  ("lineare Regression") lässt sich die Steigung  $a$ , und damit ebenfalls die Korrelation messen. Um die beste Ausgleichsgerade zu bestimmen, hat man sich darauf geeinigt, die mittlere quadratische Abweichung der Daten von dieser Geraden zu minimieren:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i - (a + bx_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (1)$$

Hierbei ist  $\sigma_i^2$  die Varianz des Messwerts  $y_i$  (Inzidenz) mit  $i = 1 \dots N$ . Für die dazugehörigen Werte  $x_i$  (Impfquote) wird angenommen, dass sie keine Unsicherheit haben.

Erklären Sie den Zweck des Nenners in der Summe. Wie würden Sie  $\sigma_i^2$  aus den Werten der Tabelle abschätzen, unter der Annahmen es gäbe keine unbemerkten Infektionen und die einzelnen Infektionen seien unabhängige Ereignisse?

- d) Bestimmen Sie  $a$  und  $b$  aus den Daten indem Sie die Gleichung (1) minimieren. Nehmen Sie dazu vereinfachend eine Gleichgewichtung aller Bundesländer, z.B.  $\sigma_i = 1$  an. Welche Inzidenz würden Sie mit diesen Werten bei einer Impfquote von Null und 100% erwarten? Können Sie das erklären?
- e) Bestimmen Sie Unsicherheit der Steigung  $\Delta b$  mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung. Nehmen Sie dazu wieder vereinfachend eine Gleichgewichtung aller Bundesländer mit  $\sigma_i = 1$  an. Für die Fehlerfortpflanzung benötigen Sie dennoch eine Eingangsfehler (wo nichts ist, kann sich auch nichts fortpflanzen). Verwenden Sie als Schätzwert für die gemeinsame Unsicherheit aller  $y_i$  die Wurzel aus dem mittleren quadratischen Abstand der Messpunkte von der Ausgleichsgeraden:

$$(\Delta y)^2 = \frac{1}{N} \sum_i (y_i - a - bx_i)^2.$$

Ist die Steigung (Korrelation) signifikant von Null verschieden?

Bundesland	Impfquote [%]	Inzidenz	Bevölkerung [ $10^5$ ]
Baden-Württemberg	65.1	193.1	110.7
Bayern	64.9	256.8	130.8
Berlin	67.3	180.0	36.6
Brandenburg	60.9	179.6	25.1
Bremen	78.6	83.1	6.8
Hamburg	72.3	117.8	18.4
Hessen	66.2	135.8	62.7
Mecklenburg-Vorpommern	65.4	118.7	16.1
Niedersachsen	68.9	94.8	79.8
Nordrhein-Westfalen	70.5	106.8	179.3
Rheinland-Pfalz	66.9	104.1	40.9
Saarland	73.5	91.6	9.9
Sachsen	57.0	385.7	40.8
Sachsen-Anhalt	63.4	177.1	22.1
Schleswig-Holstein	71.7	73.0	29.0
Thüringen	60.9	386.9	21.4

Table 1: SARS-CoV-2 Inzidenzen in Neuinfektionen pro Woche und 100,000 Einwohnern und Anteil der vollständig Geimpften aufgeschlüsselt nach Bundesland. Daten vom 7.11.2021 vom Robert-Koch Institut.