Übungsaufgaben zu E1 / E1p Mechanik, WS 2021/22

Thomas Udem, Karl-Heinz Mantel

Fakultät für Physik, Ludwig-Maximilians-Universität, München

Blatt 3 wird besprochen am 10./11./12.11.2021

Anmerkung: Lehramtsstudierende und Studierende mit Nebenfach (6 ECTS) brauchen Aufgaben, die mit einem (*) gekennzeichnet sind, nicht zu bearbeiten.

Aufgabe 11 Boot fahren

Ein Boot durchquert mit einer Geschwindigkeit $v_B = 4\,\mathrm{m/s}$ einen $200\,\mathrm{m}$ breiten Fluß. Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit $v_W = 2\,\mathrm{m/s}$.

a) Mit welcher Geschwindigkeit v_g bewegt sich das Boot über Grund?

b) Wie lange braucht das Boot für die Durchquerung des Flußes?

c) Wie weit wird das Boot abgetrieben?

Jetzt soll das Boot auf der gleichen Höhe wie beim Start auf der anderen Uferseite ankommen.

d) Unter welchem Winkel α senkrecht zur Flußrichtung muss es sich durch den Fluß bewegen?

e) Wie groß ist die Geschwindigkeit v_g des Bootes in diesem Fall?

f) Wie lange braucht das Boot um das andere Ufer zu erreichen?

g) Es herrscht Windstille und zwei Boote treiben den Fluss hinunter, eines mit Segel, das andere ohne. Welches Boot macht das Rennen, wenn die BootfahrerInnen schlau sind?

Aufgabe 12 Fallversuche

Eine Kugel K_1 bewegt sich im waagrechten Wurf mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_w = 10\,\mathrm{m/s}$. Eine zweite, gleichschwere Kugel K_2 fällt aus der gleichen Höhe ($h = 1\,\mathrm{m}$) im freien Fall zu Boden. Die Luftreibung soll vernachlässigt werden.

a) Mit welcher Geschwindigkeit kommen die Kugeln jeweils am Boden an?

b) Welche Kugel kommt zuerst am Boden an?

Aufgabe 13 Teilchenbahn

a) Die Bahn $\vec{r}_1(t)$ von Teilchen 1 ist gegeben durch:

$$\vec{r}_1(t) = \begin{pmatrix} R\cos(\omega t) \\ R\sin(\omega t) \\ v_z t \end{pmatrix}$$

Skizzieren Sie die Bahn und berechnen Sie die Länge der Bahn von $t = 0 \ldots \frac{2\pi}{\omega}$.

b) Teilchen 2 befindet sich im freien Fall:

$$\vec{r}_2(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die relative Geschwindigkeit und die relative Beschleunigung zwischen Teilchen 1 und 2.

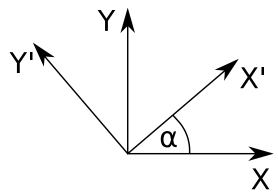
Aufgabe 14 Wurfparabel und Ellipsen (*)

Eine Wurfparabel wird in einem Koordinatensystem, in dem die X-Achse horizontal und die Y-Achse vertikal nach oben orientiert ist beschrieben durch:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{0x}t \\ v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$$

Offensichtich ist die gleichförmige horizontale Bewegung unabhängig von der beschleunigten vertikalen Bewegung zu beschreiben.

a) Finden Sie die Transformation die die Koordinaten (x, y) in (x', y') umrechnet die zu einem Koordinatensystem gehören, welches um 45^o um eine Achse, die senkrecht auf der XY-Ebene steht gedreht ist.



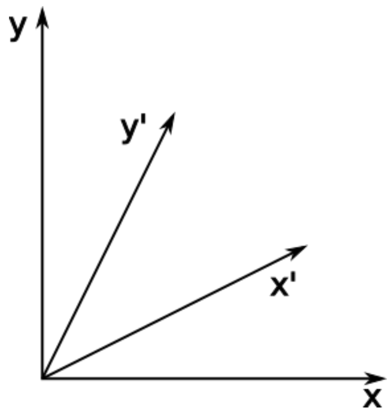
b) Beschreiben Sie die Wurfparabel mit den Koordinaten (x', y'). Sind die Komponenten immer noch unabhängig und was genau bedeutet das?

c) Die Bahn soll jetzt in einem schiefwinkeligen Koordinatensystem beschrieben werden Die beiden Basisvektoren $\vec{e}_1$ und $\vec{e}_2$ des schiefwinkeligen Koordinatensystems sind in der kartesischen Basis gegeben durch:

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{3/4} \\ \sqrt{1/4} \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{1/4} \\ \sqrt{3/4} \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \neq 0$$



Wie lautet die Transformation, die die rechtwinkeligen Koordinaten x, y in die schiefwinkeligen Koordinaten x', y' transformiert? Beschreiben Sie die Wurfparabel mit den Koordianten dieses schiefwinkeligen Systems. Sind die Komponenten jetzt noch unabhängig?

d) Skizzieren Sie die folgende, in Zylinderkoordinaten gegebene Bahn in einem XY-Koordinatensystem.

$$\rho(\varphi) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\varphi)}$$

mit $\epsilon = 0,5$ und $\varphi = 0...2\pi$.

e) Der Winkel φ variiere nun linear mit der Zeit: $\varphi = \omega t$. Transferieren Sie die Bahn in kartesische Koordinaten.

$$\rho(t) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\omega t)}$$

f) Nehmen Sie an, der Winkel φ variiert linear mit der Zeit wie $\varphi = \omega t$ und berechnen Sie die momentane Geschwindigkeit und Beschleunigung in kartesischen Koordinaten.

g) Erklären Sie wie Sie die Tangential- und Normalkomponente der Beschleunigung berechnen würden. Das tatsächliche Ausrechnen führt auf einen langen Ausdruck.