14.12.2020

LMU – Fakultät für Physik

7. Übung zur Quantenmechanik (T2p) im WS 20/21

Prof. G. Buchalla

Aufgabe 1: (Harmonischer Oszillator)

Gegeben sei ein Teilchen in einem harmonischen Oszillator im Zustand

$$\Psi(x) = A\left(1 - 2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right)e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

a) Bestimmen Sie den Erwartungswert der Energie.

b) Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle\hat{x}\rangle$, $\langle\hat{x}^2\rangle$, $\langle\hat{p}\rangle$, $\langle\hat{p}^2\rangle$ mit Hilfe der algebraischen Methode. Bestimmen Sie dann die Erwartungswerte der kinetische und potentielle Energie. Wie sieht die Unschärferelation bei diesem Zustand aus?

c) Bestimmen Sie die Zeitentwicklung des Zustands. Zu welcher Zeit ist der Zustand gegeben durch

$$\Psi(x) = B\left(1 + 2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x\right)e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

Aufgabe 2: (Anwendungen des harmonischen Oszillators)

Gegeben sei das *Lennard-Jones*-Potential

$$V(r) = 4\,\varepsilon\left(\frac{\sigma^{12}}{r^{12}} - \frac{\sigma^6}{r^6}\right),$$

welches näherungsweise das Potential zwischen zwei sphärischen Atomen beschreibt. Für zwei ^{4}He-Atome sind $\varepsilon \simeq 10^{-3}$eV, $\sigma \simeq 2.5$Å und $\hbar^2/m \simeq 2 \times 10^{-3}$eV Å^2 (mit der reduzierten Masse m) realistische Parameterwerte.

a) Skizzieren Sie das Potential. Bestimmen Sie die Lage des Minimums r_0 und $V_{min} = V(r_0)$.

b) Nähern Sie das Potential in der Nähe des Minimums durch einen harmonischen Oszillator an und schätzen Sie die Nullpunktsenergie $E_0 = \hbar\omega/2$ für die eindimensionale Bewegung (entlang r) der ^{4}He-Atome in dieser Näherung ab. Vergleichen Sie E_0 mit der Dissoziationsenergie $-V_{min}$.

Aufgabe 3: (Variationen des harmonischen Oszillators)

a) Bestimmen Sie die Eigenfunktionen und Energieeigenwerte für ein Teilchen der Masse m in einem Potential der Form

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 & x > 0 \\ \infty & x \leq 0 \end{cases}$$

b) Ein harmonischer Oszillator der Masse m und der Ladung q werde einem konstanten elektrischen Feld E_x ausgesetzt:

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - qE_x x.$$

Bestimmen Sie die Verschiebung der Energieniveaus durch das elektrische Feld.

c) Finden Sie mit Hilfe der Unschärferelation $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ eine Abschätzung für die Grundzustandsenergie eines Teilchens der Masse m, das sich im Potential $V(x) = \lambda\, x^4$, $\lambda > 0$ befindet.