PN1
Besprechung der 10. Vorlesung

25.01.2020

Prof. Dr. Jan Lipfert und Prof. Dr. Ralf Jungmann

WS 2020/2021

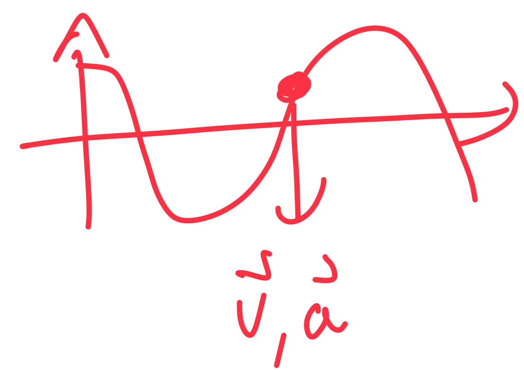
Ohne Schwingung keine Welle

.) __Welle:__ Breitet sich räumlich aus (legt Weg zurück)

.) __Schwingung:__ findet ausschließlich __lokal__ statt

→ Welle setzt sich aus Schwingungen zusammen

→ $\boxed{\text{kein}}$ Materialtransport

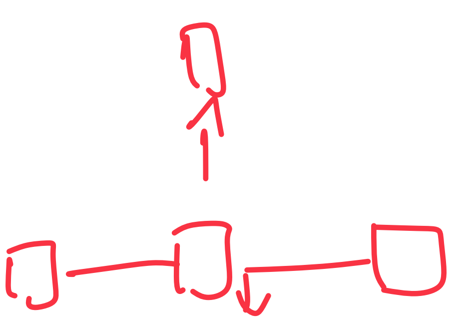


.) __Schwingungselemente:__

.) Licht ⇒ EM-Felder

.) Wasser ⇒ H_2O-Moleküle

.) Schall ⇒ Moleküle



longitudinal

Wellen als zusammengesetzte Schwingungen

·) Amplitude: $y_0 = 3$ m

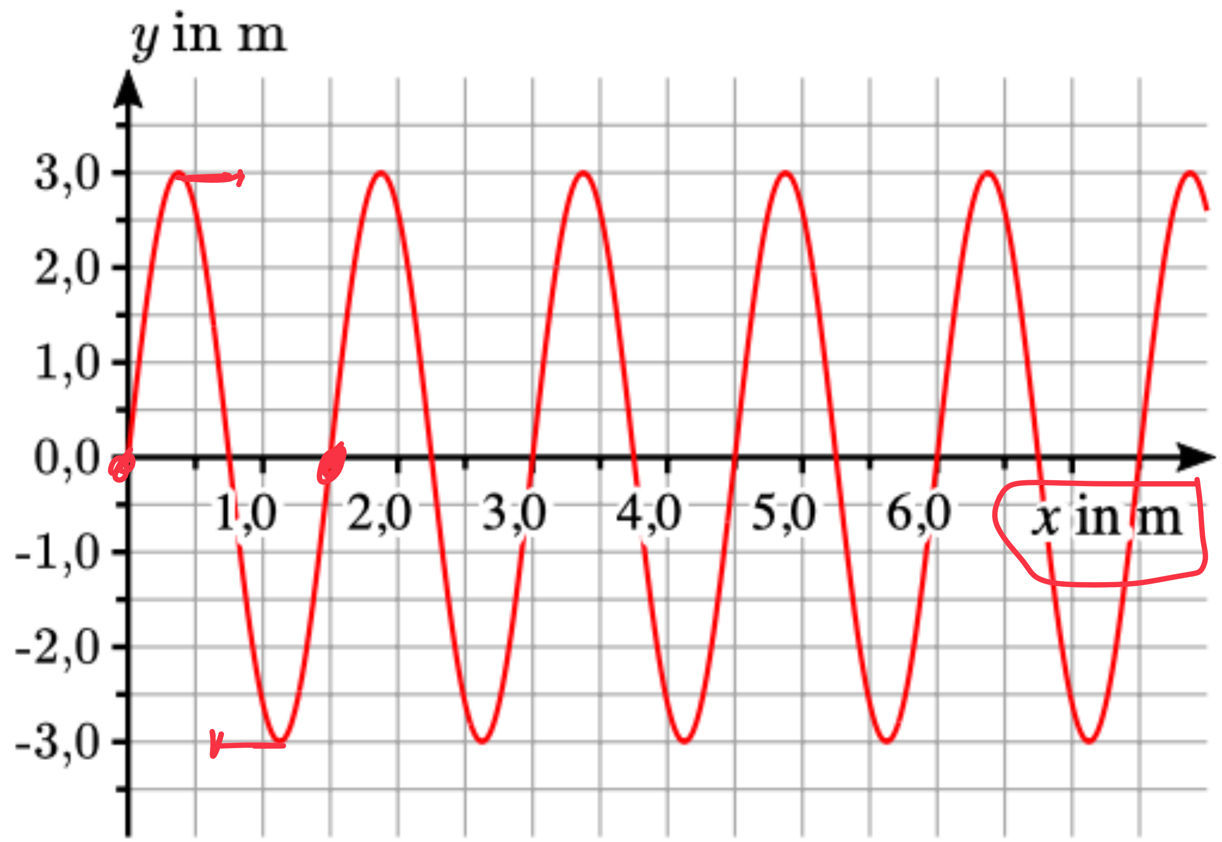
·) Schwingungsdauer: $T = 1,1$ s

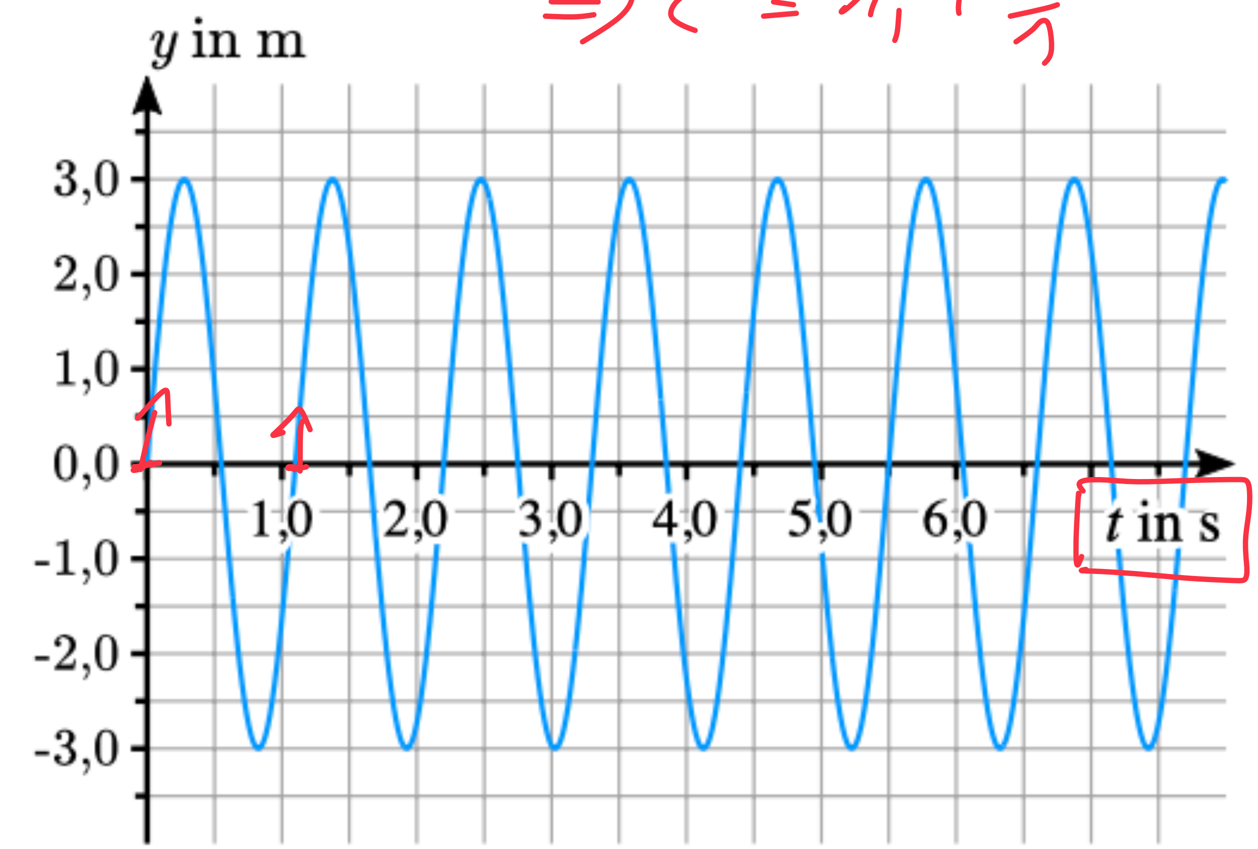
·) Frequenz: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,1}$ Hz $= 0,91$ Hz

·) Wellenlänge: $\lambda = 1,5$ m

·) Ausbreitungsgeschw.: $c = \lambda \cdot f$

$\Rightarrow c = 1,4 \frac{m}{s}$





Welches der beiden Diagramme ist eine **Momentaufnahme der Welle** und welches stellt die **Schwingung eines Seilteilchens** dar?

Zusammenfassung Wellen

Wellen: Sich räumlich und zeitlich ausbreitende Schwingungen

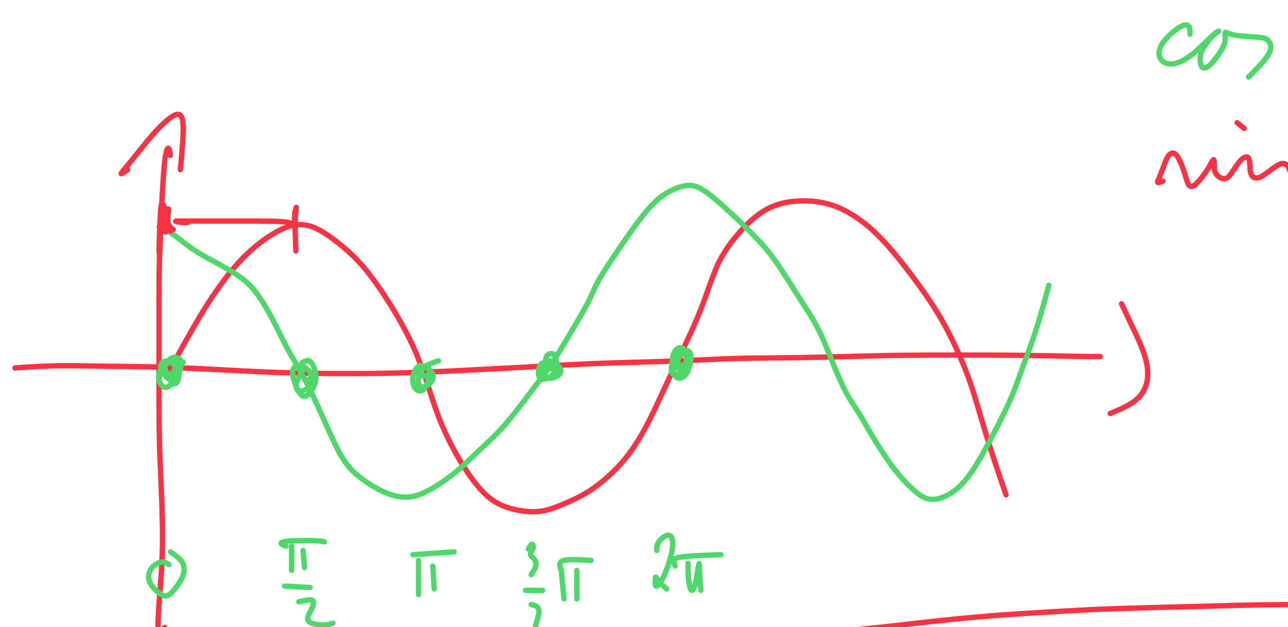
-) Allgemein: $y(x,t) = f(x \pm ct)$ → Phase der Welle

$x + ct$ → läuft nach $-x$

$x - ct$ → läuft nach $+x$

-) Harmonische Wellen:

$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx \pm \omega t + \phi)$$



Phasengeschwindigkeit $\boxed{c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f}$

Wiederholungsfrage

Unten sind die Gleichungen für drei verschiedene transversale Wellen gegeben. Ordnen Sie die drei Wellen nach ihrer Wellengeschwindigkeit, von der größten zur kleinsten.

$$(1)\quad y(x,t) = 2\sin(4x - 2t)$$
$$(2)\quad y(x,t) = \sin(3x - 4t)$$
$$(3)\quad y(x,t) = 2\sin(3x - 3t)$$

ω	k	$\omega/k = v$
2	4	0,5
4	3	1,3
3	3	1

(A) 1 > 2 > 3

→ (B) 2 > 3 > 1

(C) 1 > 3 > 2

(D) Alle gleich

Allgemein:

$$y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$$

·) <u>Steinwurf ins Wasser</u>

·) Uhr

·) Maßstab

·) Messung der Wurfweite

$\Rightarrow$ Stoppen der Zeit t_1 nach Auftreffen bis Welle zum Ufer kommt ; λ mit dem Maßstab messen

$$\lambda = \frac{c}{f} \Leftrightarrow c = \lambda \cdot f$$

Anzahl der Wellenberge

$$f = \frac{N}{t_2} \qquad \Rightarrow c = \lambda \cdot \frac{N}{t_2}$$

$\Rightarrow$ Entfernung vom Ufer :

$$\boxed{x = c \cdot t_1 = \lambda \cdot \frac{N}{t_2} \cdot t_1}$$

-) Wanne schi: $v = 12\ \frac{m}{s}$

·) gleiche Richtung wie Welle ; alle 0,6 s kommt ein „Berg"

·) gegen die Welle : alle 0,5 s kommt ein „Berg"

=) Wellengeschwindigkeit?

$v = 12\ m/s$

$t_m = 0{,}6\ s$

$t_g = 0{,}5\ s$

$$v \cdot t_m = \lambda + c \cdot t_m \quad (1)$$

$$v \cdot t_g = \lambda - c \cdot t_g \quad (2)$$

=) c : durch (1) − (2)

$$v \cdot t_m - v \cdot t_g = \lambda + c \cdot t_m - \lambda + c \cdot t_g \Leftrightarrow v\,(t_m - t_g) = c \cdot (t_m + t_g)$$

$$\Leftrightarrow \quad c = \frac{v \cdot (t_m - t_g)}{t_m + t_g} \quad \Rightarrow \quad c = 1{,}1\ m/s$$

Wdh.: Schwebung:

$$x_1 = a \cdot \cos(\omega_1 t)$$
$$x_2 = a \cos(\omega_2 t)$$

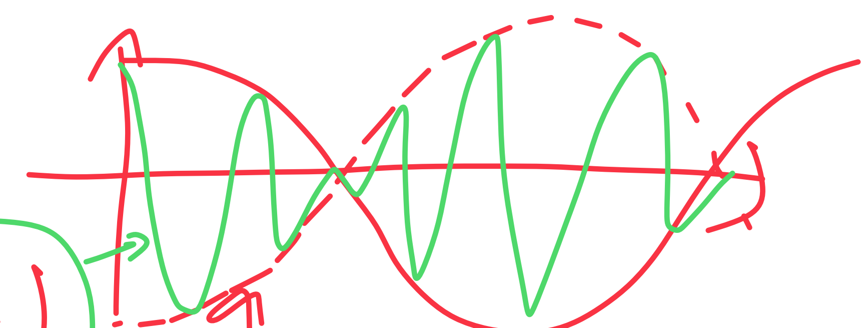
$\Rightarrow$ Überlagerung: $x_1(t) + x_2(t) = a \cdot [\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)]$

mit $\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$$\Rightarrow 2a \cdot \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right] \cdot \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right]$$

$\omega_1 \approx \omega_2$; $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$

$$\Rightarrow x(t) = 2 \cdot a \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right) \cdot \cos(\omega t)$$



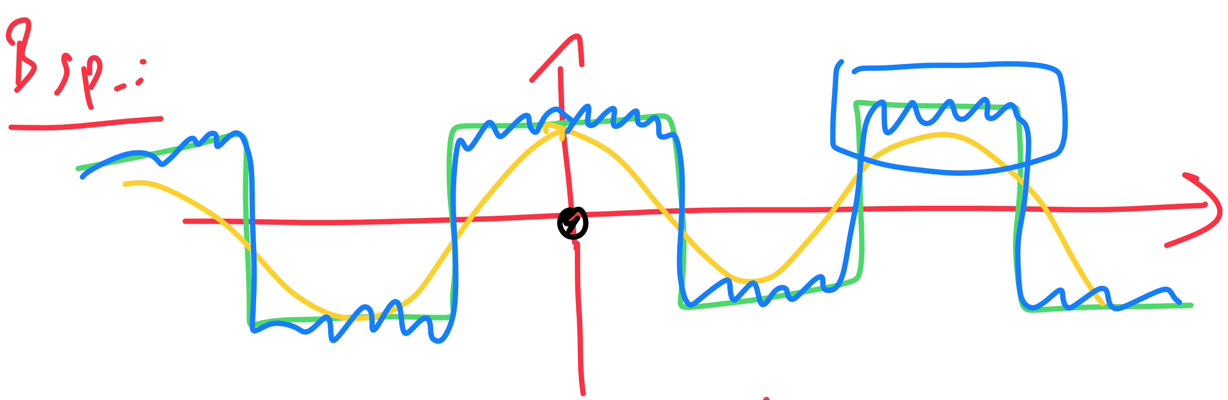
$\omega \gg \Delta\omega$

c) Fourier Synthese:

$$x(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n \cdot \cos(\omega_n \cdot t + \varphi_n) \quad \text{oder}$$

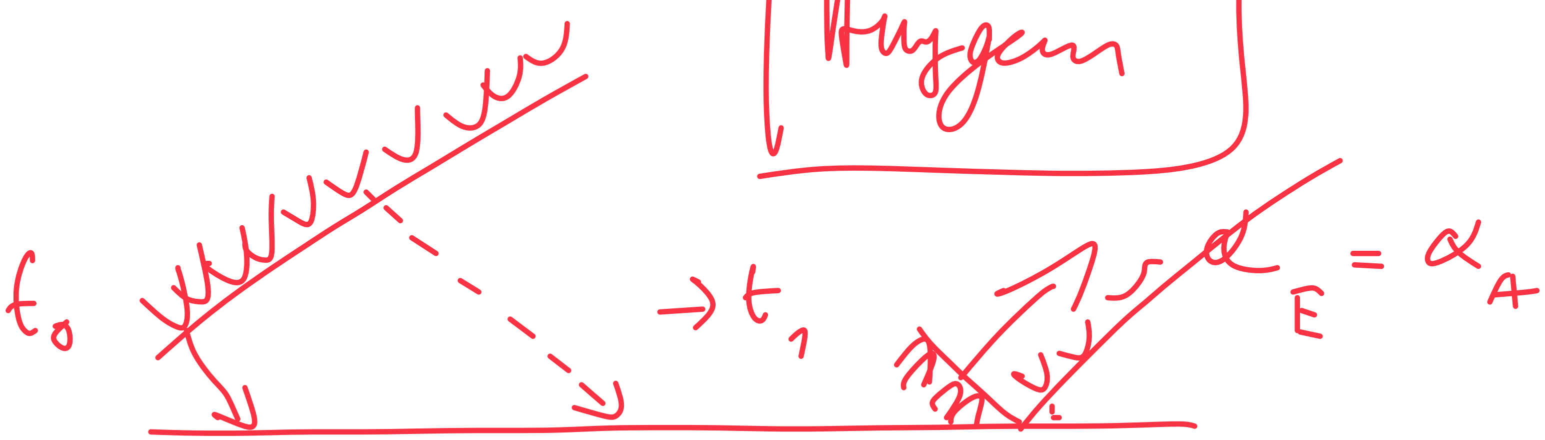
$$x(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n \cdot \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

Bsp.:



$$P(t) = \boxed{\cos(\omega t)} + \frac{1}{3}(\cos(3\omega t)) + \frac{1}{5} \cdot (\cos(5\omega t)) \boxed{+ \dots}$$

$\boxed{\text{Huygens}}$



Zusammenfassung Wellengleichung und Superposition

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$y(x,t)$$

Superpositionsprinzip:
Wellen können sich überlagern und die resultierende Welle ist die Summe der Einzelwellen (so lange das Medium linear reagiert). Die Summe von Lösungen der Wellengleichung ist wieder eine Lösung der Wellengleichung.

- Wellen mit Phasenverschiebung: **Konstruktive / destruktive Interferenz**
- Gegenläufige Wellen: **Stehende Wellen**
- Ähnliche Frequenzen: **Schwebungen**
- Zerlegung von Wellen in verschiedene Frequenzkomponenten: **Fourier-Analyse**
- Zerlegung von Wellen in Elementarwellen: **Huygenssches Prinzip**