PN1
Besprechung der 5. Vorlesung

30.11.2020

Prof. Dr. Jan Lipfert und Prof. Dr. Ralf Jungmann

WS 2020/2021

Einstiegsfrage “Hammer and feather drop”

https://youtube.com/watch?v=ZVfhztmK9zI

Einstiegsfrage “Hammer and feather drop”

Fuer den Fall (vom Loslassen bis zum Aufschlag)
von Hammer und Feder gilt:

(A) Die Aenderung der **kinetischen** Energie ist bei beiden gleich

(B) Die Aenderung der **potentiellen** Energie ist bei beiden gleich

(C) Die **Summe der Aenderungen** der kinetischen und potentiellen Energie ist fuer beide gleich

(D) A, B und C sind korrekt

Wiederholung: Kinetische Energie

$a = \text{const.} \Rightarrow v = at + \underbrace{v_0}_{=0} \qquad x = \frac{1}{2}at^2 + \underbrace{v_0 t + x_0}_{=0}$

$\Delta r = \frac{1}{2}at^2$ mit $v = at \Rightarrow \Delta r = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a} \Leftrightarrow v^2 = 2\,\Delta r \cdot a$

$\Leftrightarrow v = \sqrt{2\,\Delta r \cdot a} \qquad F = m \cdot a \Rightarrow v = \sqrt{2\,\Delta r \cdot \frac{F}{m}}$

$\Rightarrow W = F \cdot \Delta r \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot W} \Leftrightarrow W = \frac{1}{2}mv^2 = E_{kin}$

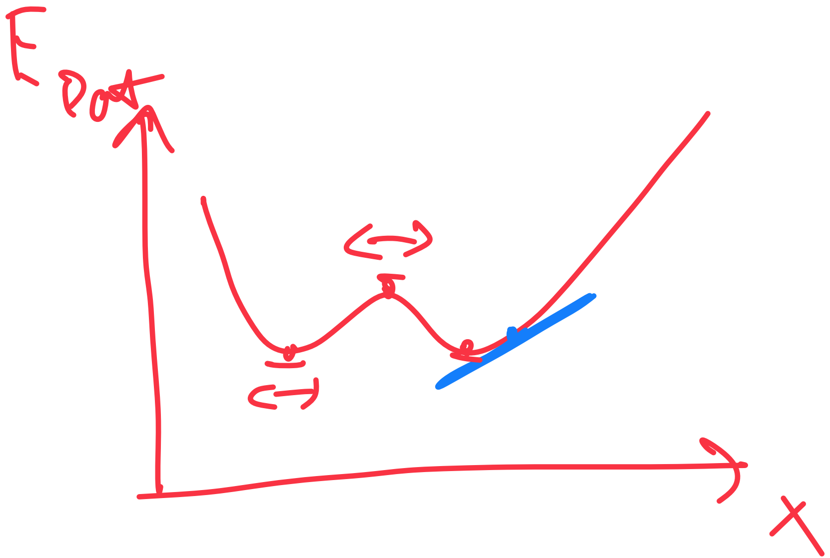
$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$; $\Delta E_{pot} = m \cdot g\,\Delta h$

$\hookrightarrow m_H \neq m_F \qquad \hookrightarrow m_F \neq m_H$

$$\boxed{\text{Energieerhaltung: } \Delta E_{mech} = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot}}$$

Potentielle Energie-“Landschaft”

Graphische Darstellung der potentiellen Energie



$$F = -\frac{dE_{Pot}}{dx}$$

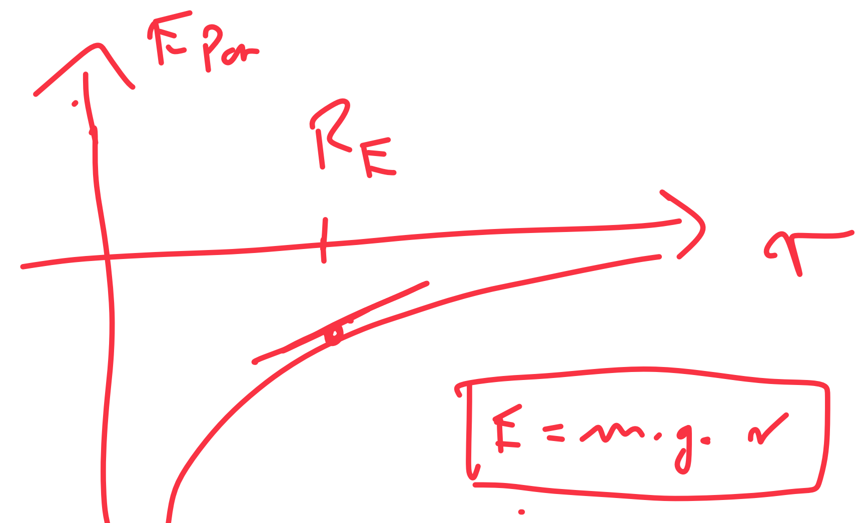
Steigung ≙ Kraft

Protein Faltung

$$E_{Pot,G} = -\frac{G \cdot m \cdot M}{r}$$

, r gewählt, dann $\boxed{E(r=\infty) = 0}$

$$F_G = -\frac{dE_{Pot,G}}{dr} = -\frac{G\, m\, M}{r^2}$$



$\boxed{E = m \cdot g \cdot r}$

lineare Näherung

- Steigung = -Kraft
- Minima = stabile Gleichgewichtslagen
- Maxima = labile Gleichgewichtslagen

Satellit im Gravitationsfeld

$$\vec{F}_G = -G \frac{M m}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = -G \frac{M m}{r^2} \cdot \hat{r}$$

$\hat{r}$ ↳ $\boxed{\text{Einheitsvektor}}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2}$

$\Rightarrow$ Bedingung: $F_G = F_{ZP}$: Kräftegleichgewicht

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r} \quad ; \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$$

$$\underbrace{G \frac{M m}{r^2}}_{F_G} = \underbrace{m \omega^2 r}_{F_{ZP}}$$

Geostationaere Satelliten

Geostationaere Satelliten

Ein Satellit der Masse m = 500 kg soll in eine geostationäre Umlaufbahn gebracht werden. Man spricht von einer geostationären Umlaufbahn eines Satelliten, wenn er die gleiche Winkelgeschwindigkeit wie die Erde hat und somit scheinbar fest über einem Punkt der Erdoberfläche steht.

Welche sind geostationaere Satelliten?

a) ISS
b) Kommunikationssatelliten
c) GPS-Satellliten
d) Wettersatelliten

Wie viele davon gibt es?

a) 10
b) 50
c) 100
d) 200
e) 400
f) 600
g) 1000
h) >1000

Masse Satellit = 500 kg
Erdradius = 6400 km
Erdmasse = 5,97e24 kg

Berechnung der Hoehe der geostationaeren Umlaufbahn

h_s ?

$$\omega = \frac{2\pi}{T_E} \qquad \Rightarrow F_{zp} = F_G$$

$\hookrightarrow = 24h$

$$m_s \cdot \omega^2 (r_E + h_s) = G \cdot \frac{m_E \cdot m_s}{(r_E + h_s)^2} \qquad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T_E}$$

$$\Rightarrow m_s \cdot \frac{4\pi^2}{T_E^2} \cdot (r_E + h_s) = G \cdot \frac{m_E \cdot m_s}{(r_E + h_s)^2} \qquad \| \cdot (r_E + h_s)^2$$

$$\Leftrightarrow m_s \cdot \frac{4\pi^2}{T_E^2} (r_E + h_s)^3 = G \cdot m_E \cdot m_s \qquad \| : m_s \; ; \; : \frac{4\pi^2}{T_E^2}$$

$$\Leftrightarrow (r_E + h_s)^3 = G m_E \cdot \frac{T_E^2}{4\pi^2} \qquad \| \sqrt[3]{} \; ; \; - r_E$$

$$\Leftrightarrow h_s = \sqrt[3]{G m_E \frac{T_E^2}{4\pi^2}} - r_E \qquad \Rightarrow$$

$24h = 86400\,s$

$$\boxed{h_s = 35800\,km}$$

Masse Satellit = 500 kg

Erdradius = 6400 km

Erdmasse = 5,97e24 kg

$$h_s = \sqrt[3]{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24} kg \cdot (86400\,s)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4 \cdot 10^6 m$$

Berechnung der potentiellen Energie des Satelliten in dieser Hoehe

$$E_{pot}(r) = -G\,\frac{m_E \cdot m_S}{r} \quad ; \quad r \geq r_E$$

$\hookrightarrow r_E + h_S = 42\,200\ km$

$$E_{pot}(r_E + h_S) = \boxed{-4{,}72 \cdot 10^9\ J}$$

negativ, da Nullpunkt im ∞ ;

$\boxed{\text{PERSPEKTIVE}}$

Masse Satellit = 500 kg
Erdradius = 6400 km
Erdmasse = 5,97e24 kg

Berechnung der Bahngeschwindigkeit und kinetischen Energie des Satelliten

Umfang

$$v = \frac{U}{T_E} = \frac{2\pi(r_E + h_S)}{24h} = 3{,}07 \cdot 10^3 \frac{m}{s} \approx 3\ km/s$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 500\ kg \cdot \left(3{,}07 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$= 2{,}36 \cdot 10^9\ J$$

Masse Satellit = 500 kg
Erdradius = 6400 km
Erdmasse = 5,97e24 kg

Berechnung der Gesamtenergie des Satelliten
und der Energie die noetig ist, um ihn auf die Umlaufbahn zu bringen

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \boxed{-2{,}36 \cdot 10^{9}\,J}$$

$$E_{pot} = -G\,\frac{m_E \cdot m_S}{r_E}$$

$$\Delta E = E_{ges} - E_{pot}(r_E)$$

$$\rightarrow \boxed{2{,}87 \cdot 10^{10}\,J}$$

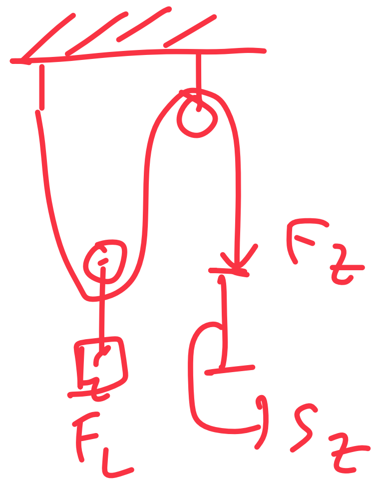
Höhe und Geschwindigkeit hängen nicht von m_S ab.

Masse Satellit = 500 kg
Erdradius = 6400 km
Erdmasse = 5,97e24 kg

Zum Flaschenzug

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b6/Kobleco_SL6000_wheels.JPG

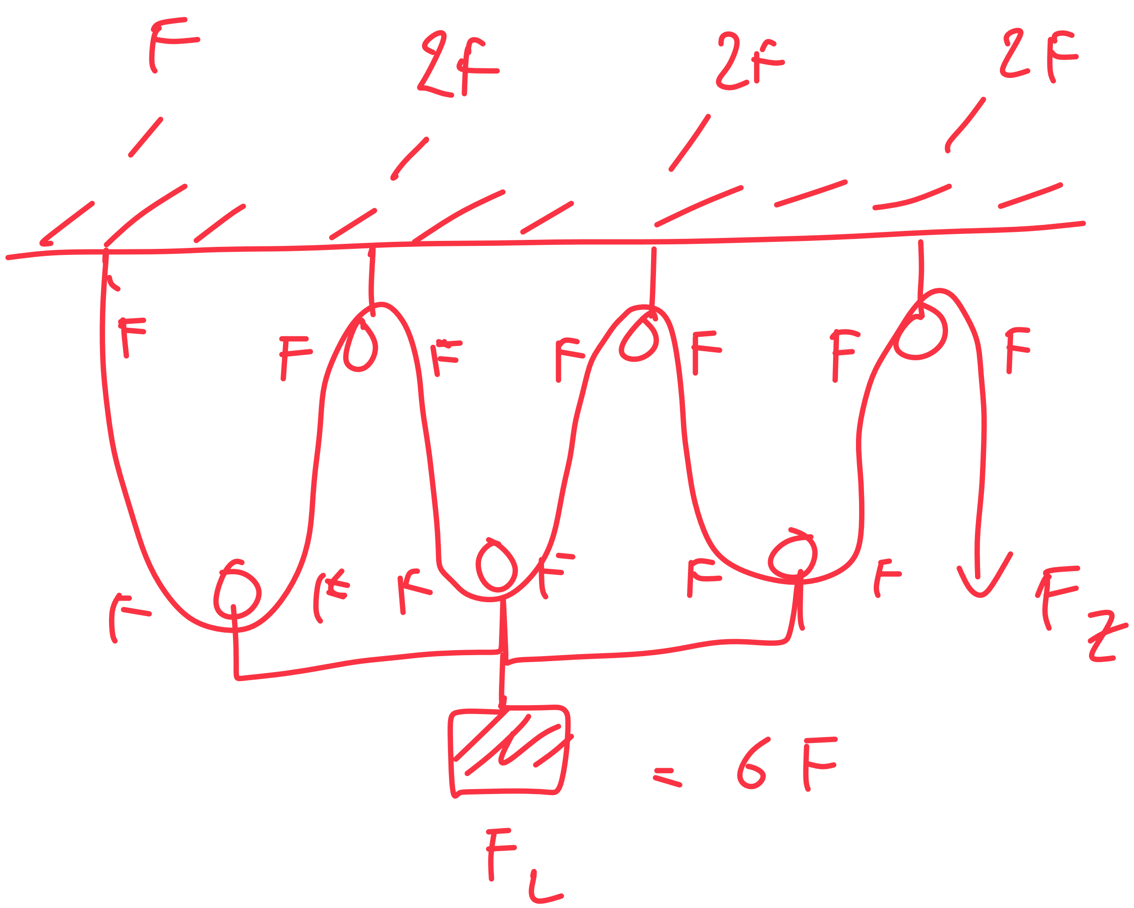
Zum Flaschenzug



Anzahl der tragenden Seile: n

$$\boxed{\begin{gathered} F_Z = \frac{1}{n} \cdot F_L \\ S_Z = n \cdot S_L \end{gathered}}$$

$\Rightarrow F_Z \cdot S_Z = F_L \cdot S_L$



$\Rightarrow$ 6 tragende Seile

Autounfall - Kräfte

Zwei Autos treffen frontal mit 50 km/h aufeinander.
Welche Aussage ist äquivalent in Bezug auf Kräfte?

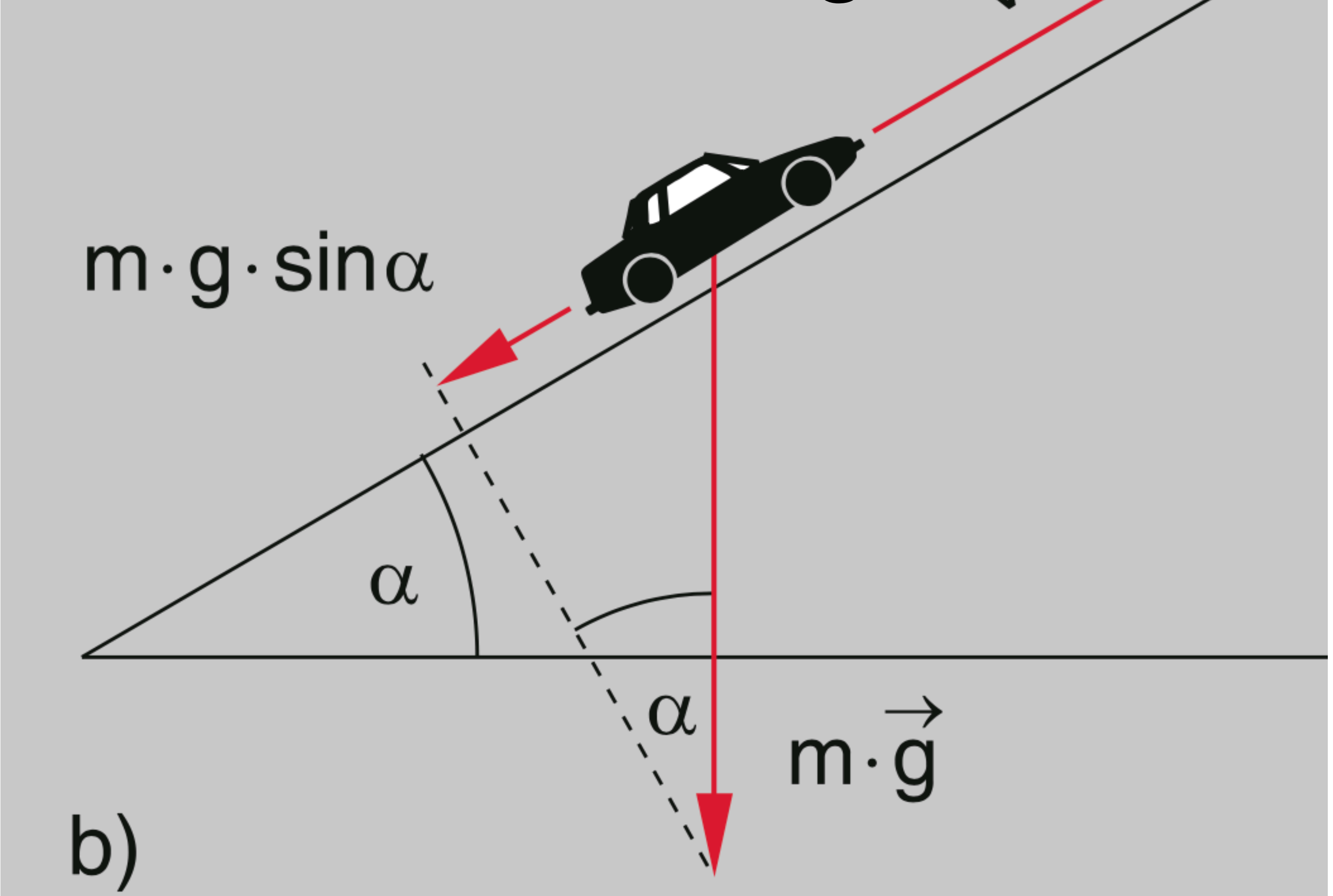
(A) Auto gegen Wand mit 100 km/h

(B) Auto gegen Wand mit 200 km/h

(C) Auto gegen Wand mit 50 km/h

(D) Auto gegen Wand mit 75 km/h

Arbeit und Leistung



$\alpha = 5^\circ$; $m = 1000\ kg$

$v = 48\ km/h$

·) Arbeit: in 5 min

·) Kraft: $F = F_g \cdot \sin\alpha$
$= m \cdot g \cdot \sin\alpha$

·) Weg in 5 min:
$48\ km \cdot \frac{5}{60} = 4\ km = 4000\ m$

$$\Rightarrow W = F \cdot \Delta s = 10^3\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot \sin 5^\circ \cdot 4000\ m$$
$$= 3{,}4 \cdot 10^6\ kg\ \frac{m^2}{s^2} = [Nm] = [J]$$
$$\approx 1\ kWh$$

·) Leistung: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{3{,}4 \cdot 10^6\ J}{300\ s} \approx 11{,}3\ kW$ $(15{,}3\ PS)$

Autobahn revisited

$$|F_W| = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_W \cdot v^2$$

- Dichte des strömenden Fluids ρ
- Referenzfläche A
- Strömungsgeschwindigkeit v und
- Strömungswiderstandskoeffizienten C_W.

Wie viel mehr **Motorleistung** ist nötig,
um mit 150 km/h statt 112 km/h zu fahren?

$$\left(\frac{150}{112}\right)^3 \approx 2{,}4$$

$$F \sim v^2 \;; \quad W = F \cdot dx \sim v^2$$

$$; \quad P = \frac{dW}{dt} = F \cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} \sim v^3$$

https://de.wikipedia.org/wiki/Autobahn

http://www.freefoto.com/preview/1216-07-33/Speed-Limit-70-Sign--Route-95--Nevada--USA

Autobahn revisited

Glauben Sie unseren Ausfuehrungen zum Luftwiderstand von letzter Vorlesung?
Machen wir doch mal ein Experiment…

(Das Auto misst Drehmoment und berechnet daraus Leistung)

LUFTREIBUNG UND LEISTUNG

EXPERIMENT

$\left(\frac{160}{100}\right)^3 = 1{,}6^3 \approx 4$

$\left(\frac{72\ \text{kW}}{19\ \text{kW}}\right) \approx 3{,}8$