

Kommunikation mit Seilwellen. Eine $m_K = 20$ kg schwere Kiste hängt am Ende eines $L = 80$ m langen Seils, das in einen Schacht hinuntergelassen ist. Die Masse des Seils betrage $m_S = 2$ kg. Ein Höhlenforscher am Boden des Schachtes kommuniziert mit seinem Kollegen an der Erdoberfläche, in dem er das Seil am Ende, an dem auch die Kiste hängt, seitwärts auslenkt und eine transversale Welle im Seil anregt.

a) Was ist die Spannung im Seil (d.h. welche Kraft wirkt an seinem Ende), wenn Sie das Eigengewicht des Seiles vernachlässigen?

Lösung:

$$\text{Spannung: } F = m \cdot g = 20 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 196 \text{ N}$$

b) Was ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der transversale Seilwellen? Leiten Sie das Ergebnis aus einer Einheitenbetrachtung her, in dem Sie annehmen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit nur von der Spannkraft aus dem Aufgabenteil a) und der Masse pro Seillänge $\mu = m_S / L$ abhängt.

Lösung:

Die Spannkraft F hat Einheiten $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$; die Masse pro Seillänge μ hat als Einheit kg/m ; Wie wollen eine Geschwindigkeit, in m/s . Somit müssen wir F durch μ und die Wurzel nehmen.

$$c_{\text{Seil}} = (F/\mu)^{1/2} = (196 \text{ N} \cdot 80 \text{ m} / 2 \text{ kg})^{1/2} = 88,5 \text{ m/s}$$

c) Im Seil wird eine transversale harmonische Welle mit einer maximalen Auslenkung von 5 cm und einer Frequenz von 2,0 Hz angeregt. Was ist die Wellenlänge der harmonischen Schwingung?

Lösung:

$$\text{Allgemein: } c = \lambda \cdot f \text{ und somit } \lambda = c/f = 88,5 \text{ m/s} / (2 \text{ Hz}) = 44,3 \text{ m}$$

d) Geben Sie einen mathematischen Ausdruck an, der die Auslenkung des Seils ($y(x,t)$) als Funktion von Zeit t und Ort x für die in der letzten Teilaufgabe besprochene Situation beschreibt.

Lösung:

$$\text{Allgemein: } y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \Phi)$$

Hier:

$$A = 5 \text{ cm};$$

$$k = 2\pi/\lambda = 0,14 \text{ m}^{-1};$$

$$\omega = 2\pi f = 12,6 \text{ rad/s}$$

$$\text{somit: } y(x,t) = 5 \text{ cm} \cdot \sin(0,14 \text{ m}^{-1} \cdot x - 12,6 \text{ rad/s} \cdot t + \Phi)$$