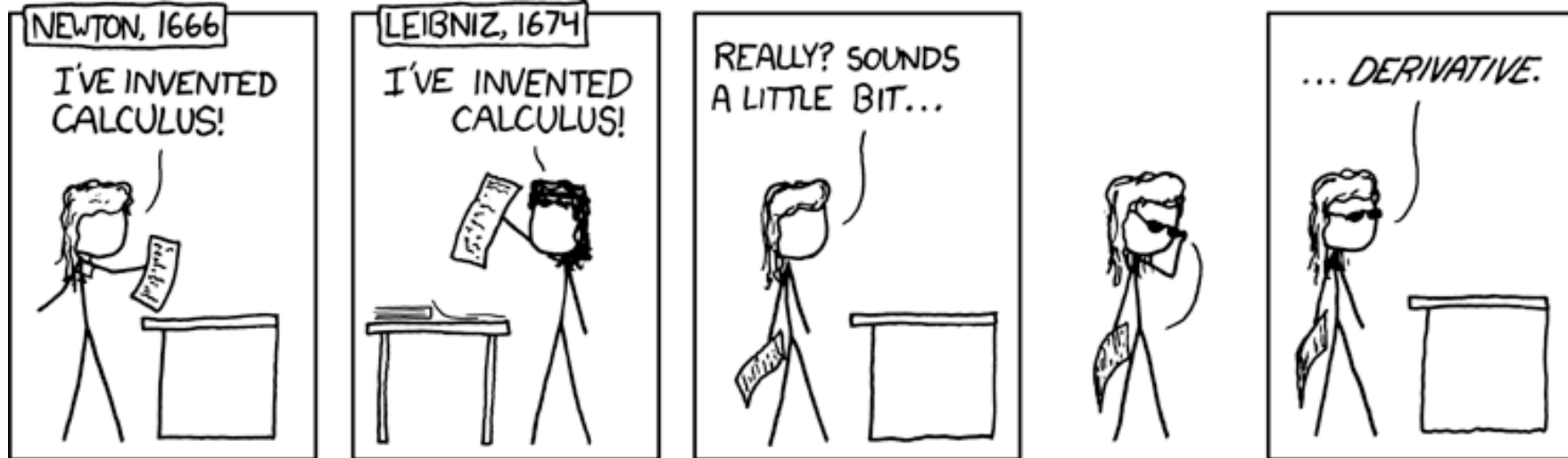


# Citius, altius, fortius

## Physik 1 für Chemiker und Biologen 3. Vorlesung



<https://xkcd.com/626/>

Heute:

- Bewegungen in 1, 2 und 3 D
- Freier Fall und Flugbahnen
- Kräfte und Bewegung
- Newtonschen Axiome

Prof. Dr. Ralf Jungmann

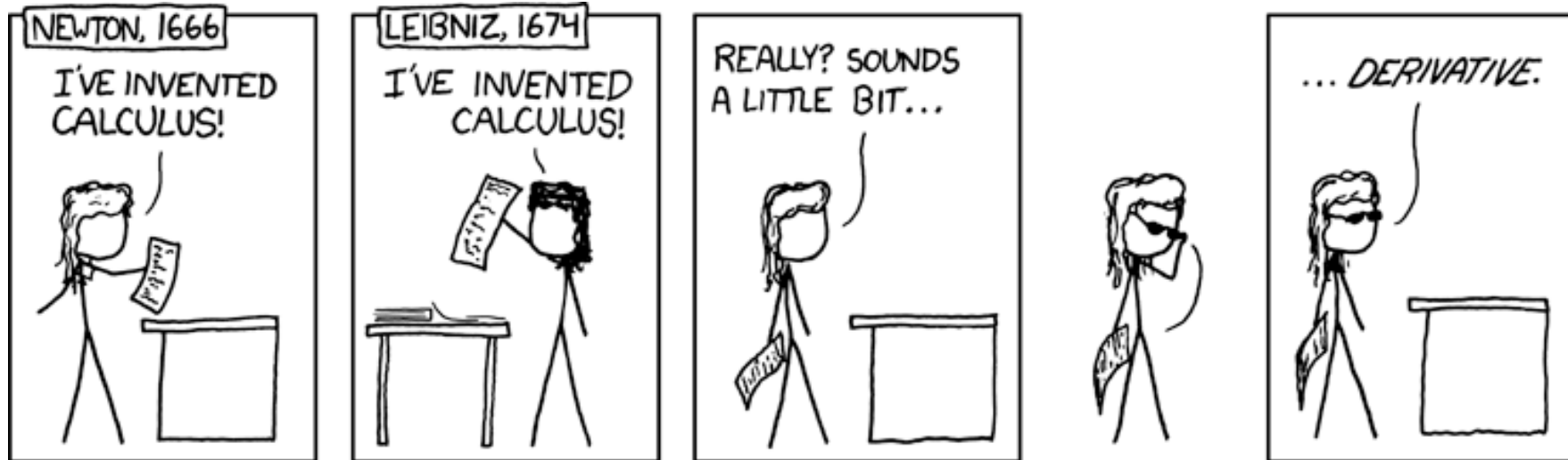
[Jungmann@physik.lmu.de](mailto:Jungmann@physik.lmu.de)

Prof. Dr. Jan Lipfert

[Jan.Lipfert@lmu.de](mailto:Jan.Lipfert@lmu.de)

# Citius, altius, fortius

## Physik 1 für Chemiker und Biologen 3. Vorlesung



<https://xkcd.com/626/>

Heute:

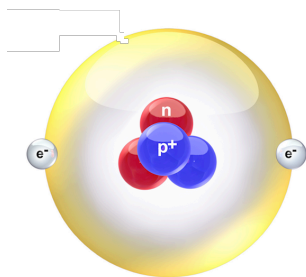
- Bewegungen in 1, 2 und 3 D
- Freier Fall und Flugbahnen
- Kräfte und Bewegung
- Newtonschen Axiome

# Definitionen: Kinematik, Dynamik, Punktmassen

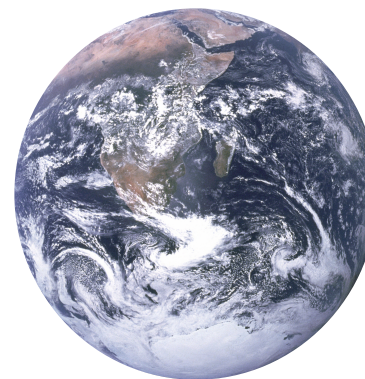
**Kinematik:** Fragt nach dem „Wie“, dem Ablauf der Bewegung, ohne nach dem „Warum“ zu fragen.

**Dynamik:** Fragt nach den Ursachen von Bewegung, bzw. eigentlich nach den Ursachen einer Änderung des Bewegungszustandes

**Punktmassen (oder Massenpunkte):** Näherung eines Körpers mit einer Masse als punktförmig, d.h. wir vernachlässigen insbesondere Rotation und Deformationen des Körpers.



[https://en.wikipedia.org/wiki/Bohr\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/Bohr_model)

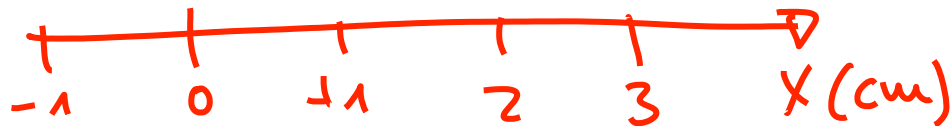


<https://de.wikipedia.org/wiki/Erde>

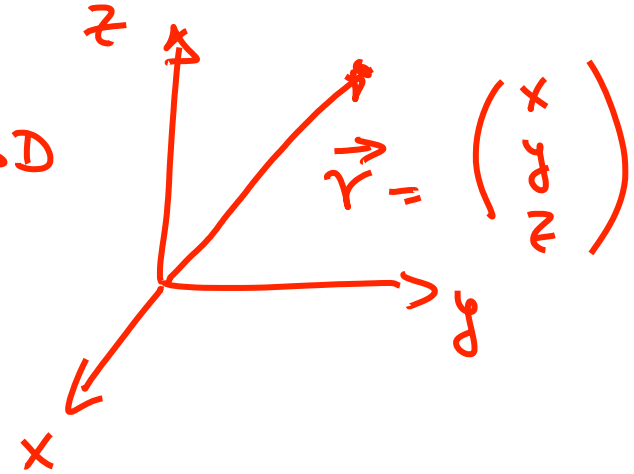
# Bewegungen in 1, 2 und 3D

- **Ort:** Bezugssystem; Ortsvektor; Verschiebung:

1D



2 / 3D



- **Mittlere Geschwindigkeit**  
= Durchschnittsgeschwindigkeit:

$$\bar{v} = \langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- Momentangeschwindigkeit = **Geschwindigkeit:**  
(Latein: „*velocitas*“; Englisch: „*velocity*“ )

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

# Geschwindigkeit einer Pistolenkugel

Experiment:



[http://de.fallout.wikia.com/wiki/Automatische\\_45-Pistole](http://de.fallout.wikia.com/wiki/Automatische_45-Pistole)

$$\Delta x = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta \phi}{360^\circ} \cdot \frac{1}{f} = \frac{10^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{1}{25 \frac{1}{\text{s}}} = 0,001 \text{ s}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,5 \text{ m}}{0,001 \text{ s}} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Experiment: Geschößgeschwindigkeit

# Beschleunigung

- **Mittlere Beschleunigung**  
= Durchschnittsbeschleunigung:

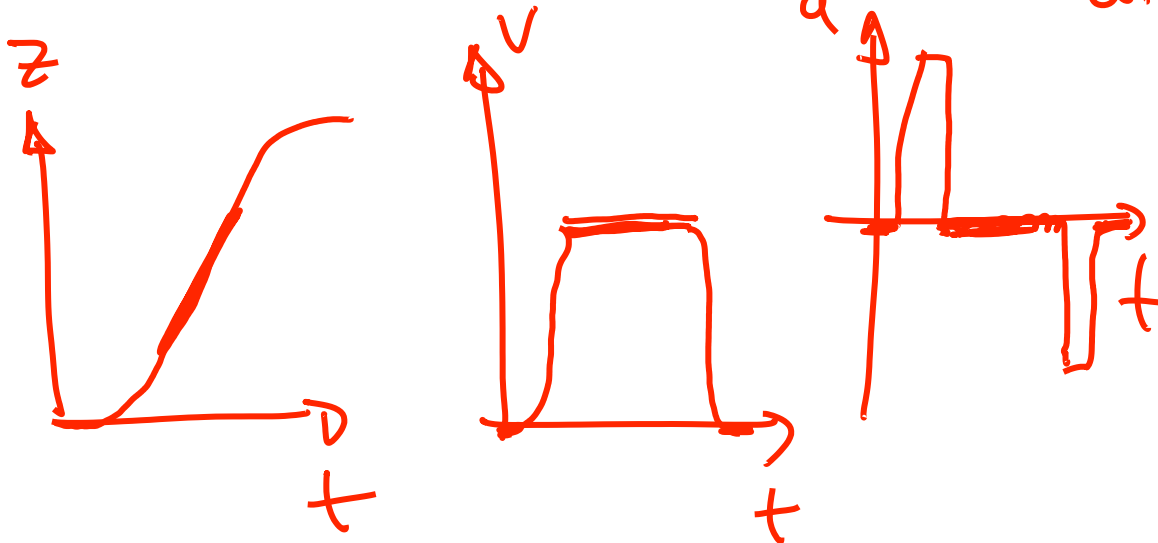
$$\langle a \rangle = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Momentanbeschleunigung  
= **Beschleunigung**:  
(Latein: „**acceleratio**“;  
Englisch: „**acceleration**“)

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right)$$

$$= \frac{d^2 x}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{x}$$

BEISPIEL: Fahrt im Aufzug



# Sonderfall: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$a = \text{const.}$$

$$v = \int_0^t a \, dt' = at + v_0$$

$$x = \int_0^t v(t') \, dt' = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v_0 \hat{=} v \text{ zur Zeit } t=0$$

$$x_0 \hat{=} x \text{ zur Zeit } t=0$$

# BEISPIEL: Murphy's law und Raketenschlitten

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$a = \text{const} \quad v = at + v_0 \quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

Dr. Stapp beschleunigt seinen Raketenschlitten aus dem Stand mit  $300 \text{ m/s}^2$ . Wie lange dauert es, bis er  $1000 \text{ km/h}$  erreicht hat? Wie lang ist die Beschleunigungsstrecke?



[https://de.wikipedia.org/wiki/John\\_Paul\\_Stapp](https://de.wikipedia.org/wiki/John_Paul_Stapp)



[https://de.wikipedia.org/wiki/John\\_Paul\\_Stapp](https://de.wikipedia.org/wiki/John_Paul_Stapp)

$$a = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad x_0 = 0, \quad v_0 = 0$$

$$v = at = 1000 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 278 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{278 \text{ m/s}}{300 \text{ m/s}^2} \approx 0,93 \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(278 \text{ m/s})^2}{300 \text{ m/s}^2} \approx 130 \text{ m}$$



# Nebenbemerkung: Höhere Ableitungen des Ortes nach der Zeit

Es gibt auch noch höhere Ableitungen des Ortes nach der Zeit:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \dot{\vec{x}}$$

Geschwindigkeit (Englisch: **velocity**)

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = \ddot{\vec{x}}$$

Beschleunigung (Englisch: **acceleration**)

$$\vec{j} = \frac{d^3\vec{x}}{dt^3} = \overset{\cdot\cdot\cdot}{\vec{x}}$$

Ruck (Englisch: **jerk**)

$$\vec{s} = \frac{d^4\vec{x}}{dt^4} = \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{\vec{x}}$$

? (Englisch: **snap**)

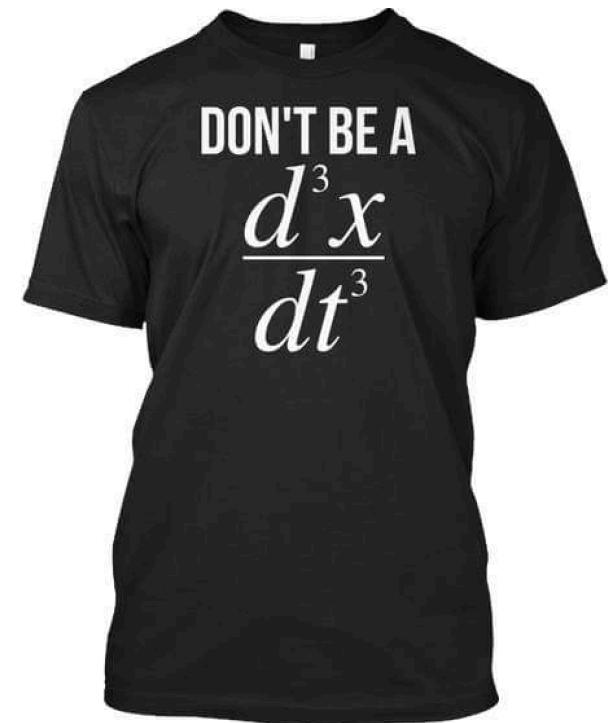
$$\vec{c} = \frac{d^5\vec{x}}{dt^5}$$

? (Englisch: **crackle**)

$$\vec{p} = \frac{d^6\vec{x}}{dt^6}$$

? (Englisch: **pop**)

Astro-  
Physik



# Sonderfall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung: Freier Fall

Für den freien Fall in Nähe der Erdoberfläche gilt:  $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Ohne Reibung.  
Freier Fall  $\hat{=}$  gleichmäßig beschleunigte Bewegung



<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

Experiment: Überlagerte Bewegungen mit Kugel - senkrecht und waagrecht

**Welche Kugel erreicht den Boden zuerst?**

- A) Die seitwärts beschleunigte Kugel
- B) Die direkt nach unten fallende Kugel

**C) Beide Kugeln erreichen den Boden gleichzeitig ✓**

# Freier Fall und Flugbahnen



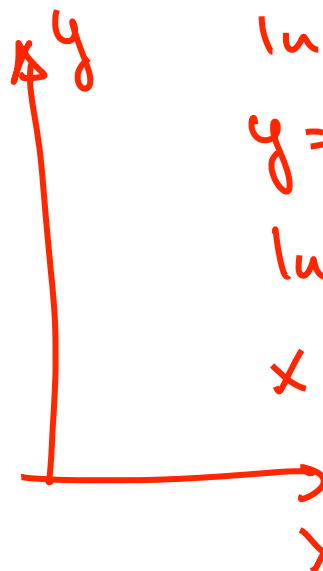
<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

## Zwei Grundideen:

1) Freier Fall (ohne Luftwiderstand) ist ein Sonderfall der konstant beschleunigten Bewegung.

$$a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

2) Die einzelnen Komponenten (x,y,z) der Bewegung beeinflussen sich nicht.



In y-Richtung:

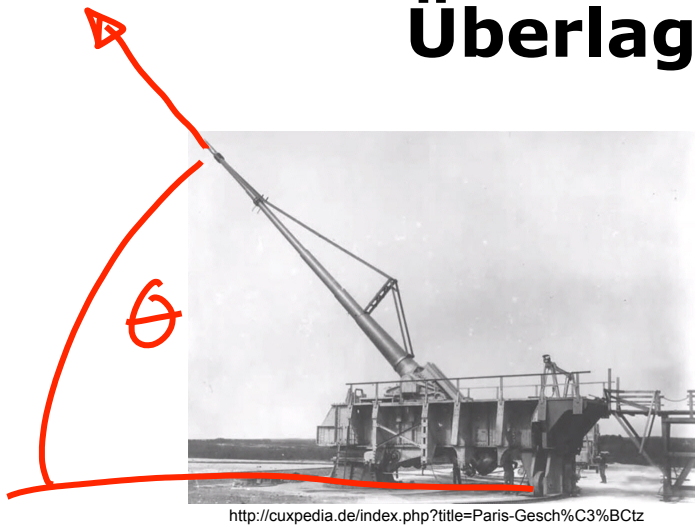
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0,y}t + y_0$$

In x-Richtung:

$$x = v_{0,x}t + x_0$$

Experiment: Kanonenwagen

# Überlagerte Bewegung in 2D



Geschütz aus dem 1. Weltkrieg

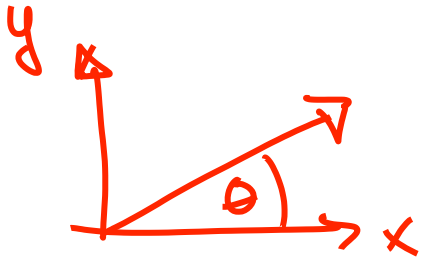
**Unter welchem Winkel fliegt die Kugel am weitesten?**

A)  $30^\circ$

**B)  $45^\circ$**

C)  $60^\circ$

# Schiefer Wurf – Ballistik



$$v_{0,x} = v_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{0,y} = v_0 \cdot \sin \theta$$

$$\begin{aligned} t &= 0 \\ \text{"Abschuß"} \\ x_0 &= 0 \\ y_0 &= 0 \end{aligned}$$

Allgemein:  $y = \frac{1}{2} a t^2 + v_{0,y} t + y_0$   
 $\Rightarrow y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

Kugel erreicht den Boden:  $y = 0$   
 $\Rightarrow t = \frac{2 v_0 \sin \theta}{g}$

Strecke in x:  $x = v_{0,x} t + x_0 = (v_0 \cos \theta) t$

$$\begin{aligned} x &= (v_0 \cos \theta) \frac{2 v_0 \sin \theta}{g} = \frac{2 v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \\ &= \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta) \Rightarrow \text{maximal für } \theta = 45^\circ \end{aligned}$$

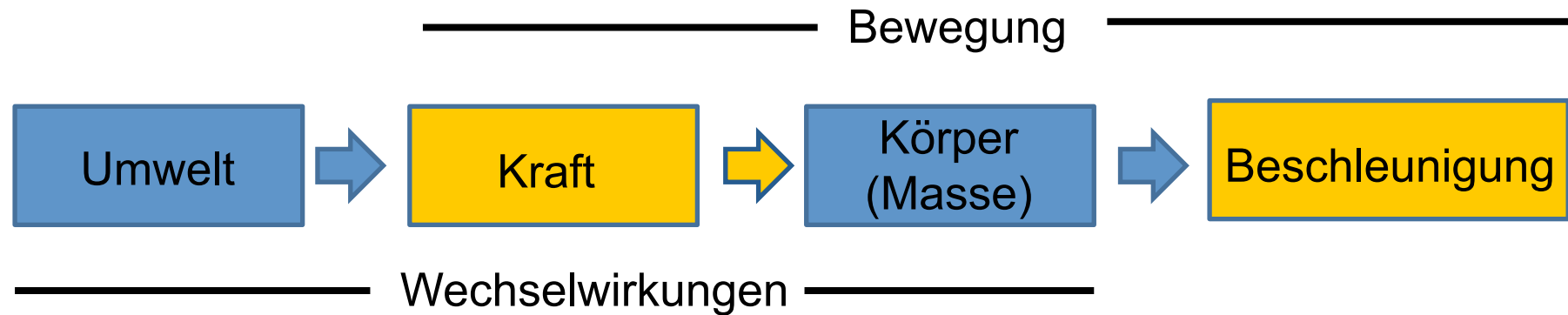
$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$$

Experiment: Affenschussvideo

# Kräfte und Bewegung

**Kinematik:** Fragt nach dem „Wie“, dem Ablauf der Bewegung, ohne nach dem „Warum“ zu fragen

**Dynamik:** Fragt nach den Ursachen von Bewegung, bzw. eigentlich nach den Ursachen einer Änderung des Bewegungszustandes



<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>



<https://de.wikipedia.org/wiki/Dragster>

# 1. Newtonsches Axiom

**Ein sich selbst überlassener Körper (d.h. ohne auf ihn wirkende Kraft) bewegt sich gradlinig gleichförmig - er ändert seine Geschwindigkeit nicht. (Galileisches Trägheitsprinzip)**

Ruhe ist nur ein Spezialfall einer gradlinig gleichförmigen Bewegung mit Geschwindigkeit  $v = 0$ .



<https://en.wikipedia.org/wiki/Astronaut>

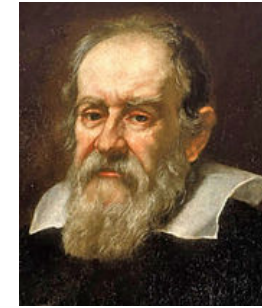
Video: „Human Momenta“  
<https://www.youtube.com/watch?v=txB0mVpcx8w>

Experiment:  
Luftschiene als Inertialsystem



[https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton)

Isaac Newton  
(1642-1727)



[https://de.wikipedia.org/wiki/Galileo\\_Galilei](https://de.wikipedia.org/wiki/Galileo_Galilei)

Galileo Galilei  
(1564-1642)

# Aristoteles vs. Newton

**1. Newtonsches Axiom:** Ein Körper ändert ohne eine auf ihn wirkende Kraft seine Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) nicht.



[https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton)

Isaac Newton  
(1642-1727)

*Unsere Erfahrung bestätigt das nicht immer!*



Quelle: Deutsche Fotothek

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fotothek\\_df\\_roe-neg\\_0000540\\_003\\_Pferdepflug\\_im\\_Johannapark.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fotothek_df_roe-neg_0000540_003_Pferdepflug_im_Johannapark.jpg)



[https://de.wikipedia.org/wiki/Startblock\\_%28Laufsport%29](https://de.wikipedia.org/wiki/Startblock_%28Laufsport%29)



# Aristoteles vs. Newton

**1. Newtonsches Axiom:** Ein Körper ändert ohne eine auf ihn wirkende Kraft seine Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) nicht.



[https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton)

Isaac Newton  
(1642-1727)



<https://de.wikipedia.org/wiki/Aristoteles>

Aristoteles  
(384-322 v. Chr.)

Ohne Kraft keine Bewegung!

## Wer hat Recht?

### **Newton hat Recht!**

Entscheidend ist dabei, dass man alle Kräfte berücksichtigt. Das beinhaltet auch Reibungskräfte, Luftwiderstand, etc.

# Inertialsysteme

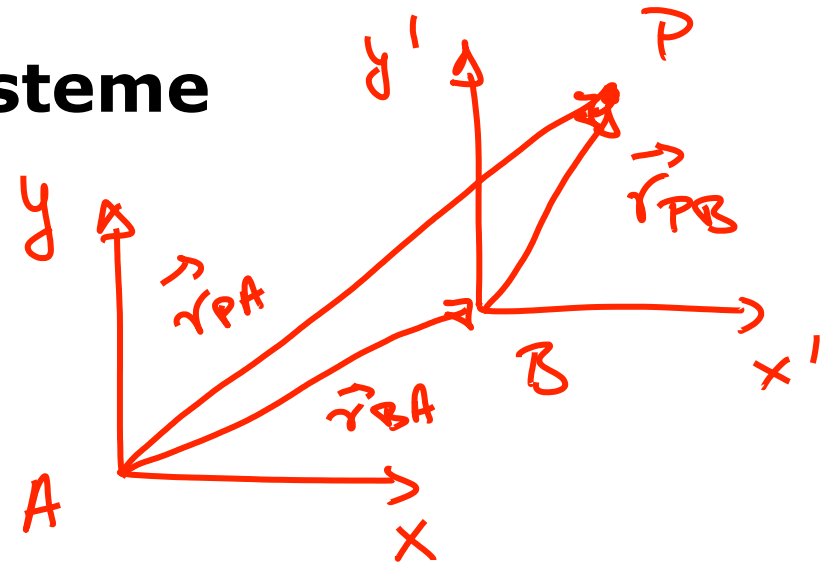
Bewegte Bezugssysteme:

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}$$

Relativgeschwindigkeit  
der Bezugssysteme

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB} + \vec{a}_{BA} \quad \text{wenn } \vec{v}_{BA} = \text{const.} \Rightarrow \vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}$$



In Bezugssystemen, die sich zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen, wird die gleiche Beschleunigung gemessen.

**Inertialsysteme** sind Systeme in denen das 1. Newtonsche Axiom gilt.

## 2. Newtonsches Axiom

„Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.“

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- **Einheiten:**  $[a] = \text{m} / \text{s}^2$  und  $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = 1 \text{ N (Newton)}$
- $F$  ist die **Gesamtkraft**, die Summe aller auf den Körper wirkenden Kräfte.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

- Die Gleichungen gelten **komponentenweise!**

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = m \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

- 1. Axiom ist ein Spezialfall des 2. Axioms (für  $F = 0$ ).

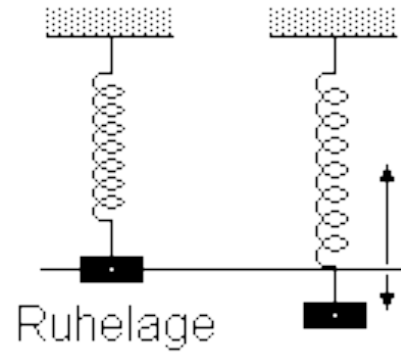
$$m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$$

- Bestimmungsgleichung für die **träge Masse**  $m$

# Verschiedene Kräfte

## Federkraft

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$$



<https://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel>

## Gewichtskraft



<http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/freier-fall-senkrechter-wurf>

Reibungskraft

## Muskelkraft



<https://de.wikipedia.org/wiki/Muskulatur>

## Motorkraft



<https://de.wikipedia.org/wiki/Motorrad>

# Gewichtskraft

$$\vec{F}_{\text{Gewicht}} = m \cdot \vec{g}$$

- In der Regel: Gravitationskraft der Erde (dazu später mehr)
- Zeigt immer zum Erdmittelpunkt, d.h. „direkt / senkrecht nach unten“

Experiment: Fallrohr

**Beim Fall im Vakuum-Fallrohr, wer kommt zuerst unten an?**

A) Die Feder

$$F = m \cdot g = m \cdot a$$

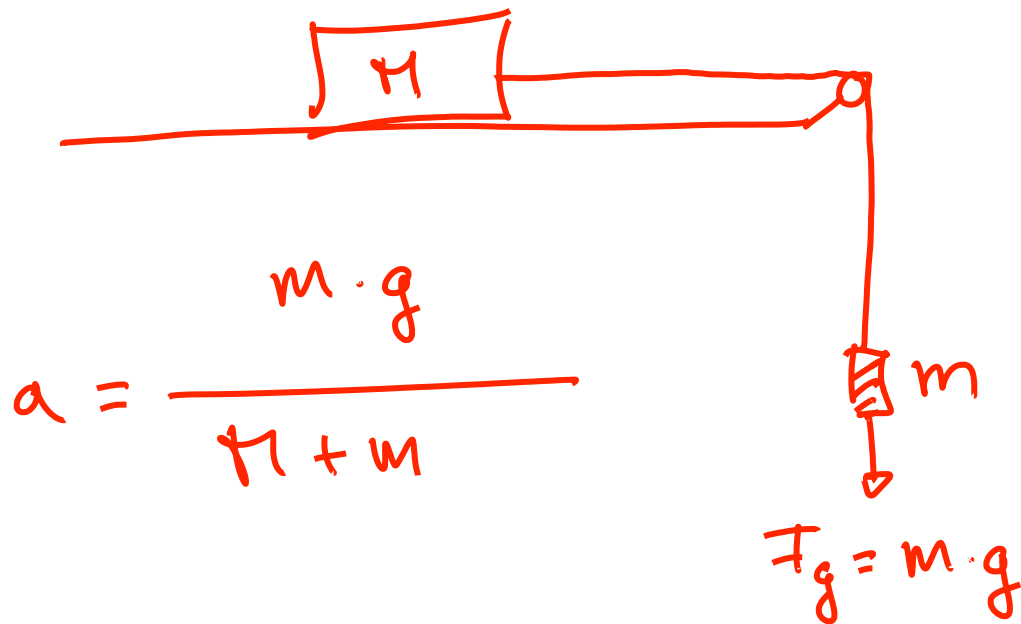
B) Die Kugel

**C) Beide gleichzeitig** ✓

- **Normalkraft:** Kraft des Bodens / der Auflage auf einen Körper, der der Gewichtskraft entgegengesetzt ist
- **Gewicht:** Der Betrag der Gravitationskraft, die auf einen Körper wirkt
- **Masse  $\neq$  Gewicht!**

## 2. Newtonsches Axiom - Anwendung

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = M_{\text{ges}} \cdot a \quad M_{\text{ges}} = M + m$$



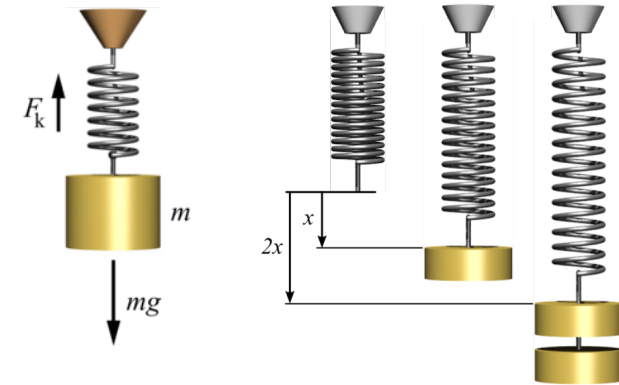
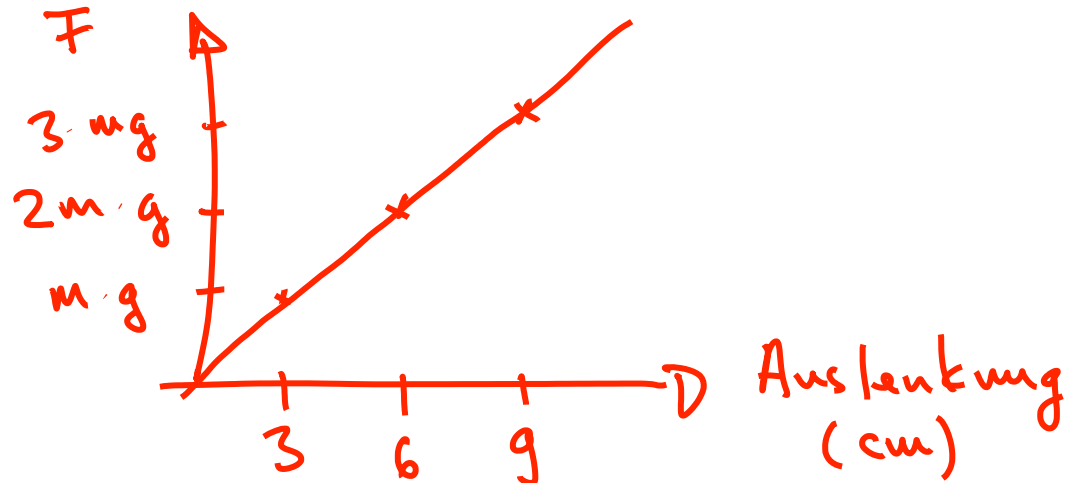
Experiment: Luftschiene  $F = m \cdot a$

# Hookesches Gesetz

Lineares, elastisches Verhalten einer Feder:

$$F = -k \cdot x$$

Experiment: Hookesches Gesetz



[https://en.wikipedia.org/wiki/Hooke%27s\\_law#/media/File:Hooke%27s\\_law-springs.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Hooke%27s_law#/media/File:Hooke%27s_law-springs.png)

- Viele Festkörper verhalten sich für kleine Auslenkungen (Dehnung oder Kompression) wie Hookesche Federn.
- ABER: Für große Auslenkungen treten nicht-lineare Effekte auf!

# Hooksches Gesetz

Lineares, elastisches Verhalten einer Feder:

$$F = -k \cdot x$$



Robert Hooke (1678):  
**„*Ut tensio, sic vis*“**  
(„Wie die Auslenkung, so die Kraft“)





### 3. Newtonsches Axiom

„Kräfte treten immer paarweise auf.  
Übt ein Körper A auf einen anderen Körper B eine Kraft aus (actio), so wirkt eine gleich große, aber entgegengerichtete Kraft von Körper B auf Körper A (reactio).“

„Actio est reactio“ 
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

WICHTIG: Es geht hier um die Kräfte, die auf zwei verschiedene Körper wirken!

Experiment: Skateboards Actio=Reactio

# Zusammenfassung: Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung

Ort:  $x(t)$   $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Mittlere Geschwindigkeit:  $\bar{v} = \langle v \rangle = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

(Momentan-)

Geschwindigkeit:

(Latein: „**velocitas**“

Englisch: „**velocity**“ )

$$v(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Mittlere Beschleunigung:

$$\bar{a} = \langle a \rangle = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

(Momentan-)

Beschleunigung:

(Latein: „**acceleratio**“

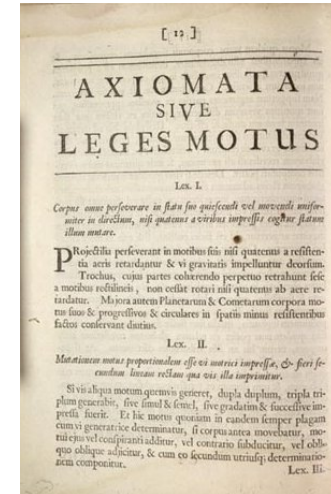
Englisch: „**acceleration**“)

$$a(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{x}$$

# Zusammenfassung: Newtons Axiome

<p>1. Axiom Trägheitsprinzip</p>	<p>Ein Körper ändert ohne effektive Kraft seine Geschwindigkeit nicht.</p>
<p>2. Axiom Aktionsprinzip</p>	<p>Beschleunigung ist proportional zur Kraft und umgekehrt proportional zur Masse.</p> $\vec{F} = m\vec{a}$
<p>3. Axiom Reaktionsprinzip</p>	<p>Kräfte treten immer paarweise auf. Actio = Reactio.</p>

Newton's Axiome sind ein Spezialfall/Grenzfall der Quantenmechanik (sehr kleine Objekte verhalten sich anders) und der speziellen Relativitätstheorie (sehr schnelle Objekte verhalten sich anders).



[https://de.wikipedia.org/wiki/Newton'sche\\_Gesetze](https://de.wikipedia.org/wiki/Newton'sche_Gesetze)  
Principia Mathematica (1687)