Aufgabe 1 Verständnisfragen

a) Die Reynoldszahl ist durch

$$Re = \frac{\rho R v}{\eta}$$ gegeben.

Es gilt: $Re \ll 1 \Longrightarrow$ laminare Strömung; Stokes-Reibung

$Re \gg 1 \Longrightarrow$ turbulente Strömung; Newton Reibung

b) Dies verletzt die Energieerhaltung nicht. Der Pumpkolben kann zwar mit einer kleineren Kraft bewegt werden, muß aber dafür einen weiteren Weg zurücklegen. Die Arbeit $W = F \cdot \Delta x$ ist auf beiden Seiten gleich.

c) Die Dichte warmer Luft ρ_W ist geringer als die Dichte kalter Luft ρ_K. Durch $\rho_W < \rho_K$ ergibt sich eine Auftriebskraft $\rho_K \cdot V \cdot g$ und eine Gesamtkraft:

$$F_{ges} = (\rho_K - \rho_W) \cdot V \cdot g$$

die aufwärts gerichtet ist und den Ballon aufheben läßt.

d) Vollkommen elastischer Stoß $\Rightarrow$ Es gilt Energie- und Impulserhaltung.

Inelastischer Stoß $\Longrightarrow$ Es gilt nur Impulserhaltung.

e) $E_{pot,G} = m \cdot g \cdot h$ gilt für $h \ll R_E$, d.h. für Höhen(-unterschiede), die viel kleiner sind als der Erdradius.

Aufgabe 1, fortgesetzt

f) Erstes Newtonsches Axiom: Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig, gleichförmig oder verharrt im Zustand der Ruhe.

Zweites Newtonsches Axiom: $\vec{F} = m\vec{a}$

Das erste Axiom ist der Spezialfall für $\vec{F} = 0$.

g) Zufällige Abweichungen oder Zufallsfehler lassen sich durch wiederholtes Messen „herausmitteln". Bei solchen zufälligen oder statistischen Fehlern läßt sich der Meßwert durch wiederholtes Messen genauer bestimmen. Bei systematischen Fehlern ist dies nicht der Fall.

h) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung $\Rightarrow a = \frac{d^2x}{dt^2} = \text{konst.}$

$\Rightarrow \frac{d^3x}{dt^3} = \frac{d}{dt}a = \underline{\underline{0}}$ d.h. der Ruck ist Null.

i) Für den Luftwiderstand eines fahrenden Autos gilt die Newton-Reibung mit $F_R \sim v^2$. Somit

$$\frac{F_{R,\,\text{Autobahn}}}{F_{R,\,\text{Stadt}}} = \left(\frac{130\ \text{km/h}}{50\ \text{km/h}}\right)^2 = 6{,}76$$ d.h. fast siebenmal größer.

j) Das Schwungrad hat einen großen Drehimpuls. Bei einem einzigen horizontal aufgehängten Schwungrad ergeben sich deshalb bei der Kurvenfahrt enorme Drehmomente, die den Bus kippen.

Lösungsideen: Vertikale Schwungradachse; zwei gegenläufige Schwungräder.

Aufgabe 2 "Sputnik 1"

a) Für eine stabile, kreisförmige Umlaufbahn gilt:

$$F_{Gravitation} = F_{Zentripetal}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{G M_E \cdot m_S}{r^2} = \frac{m_S v^2}{r} = m_S \omega^2 r$$

[r = Radius der Umlaufbahn, vom Erdmittelpunkt]

$$\Rightarrow \quad G M_E = \omega^2 r^3$$

[Nutze: $\omega = \frac{2\pi}{T}$; T = Umlaufdauer]

$$\Rightarrow \quad G M_E = \frac{(2\pi)^2}{T^2} r^3$$

$$\Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G M_E} r^3}$$

b)

$$T = \left(\frac{4\pi^2 \left((6400 + 200) \cdot 10^3 \, m \right)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \; 5{,}97 \cdot 10^{24} \, kg} \right)^{1/2} = 5{,}34 \cdot 10^3 \, s$$

$$= \underline{\underline{89 \, min}}$$

c) Aus der Umlaufzeit und -bahn kann man die Masse <u>nicht</u> bestimmen, da sich die Satellitenmasse aus der Gleichgewichtsbedingung (Teil a) wegkürzt. Die Satellitenmasse ist von Interesse, um z.B. Parameter der Rakete abschätzen zu können (die Sputnik-Rakete war ursprünglich für Atomwaffen konzipiert!)

Aufgabe 3 „Raketenschlitten"

Konstante Beschleunigung; es gilt allgemein:

$$a = \text{konst.}$$
$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

a) $x_0 = 0 \; ; \; v_0 = 0$

$$\Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{447\,\text{m/s}}{1{,}8\,\text{s}} = 248\,\text{m/s}^2$$

b) $\frac{a}{g} = \frac{248\,\text{m/s}^2}{9{,}8\,\text{m/s}^2} = 25{,}3$

d.h. die Beschleunigung ist gut 25 Mal größer als die Beschleunigung des freien Falls.

c) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

mit $x_0 = 0$ und $v_0 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 248\,\text{m/s}^2 \cdot (1{,}80\,\text{s})^2 = 402\,\text{m}$$

d) $|a| = \frac{|v|}{t} = \frac{283\,\text{m/s}}{1{,}40\,\text{s}} = 202\,\text{m/s}$

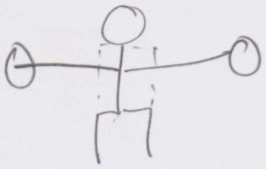
$\Rightarrow \frac{|a|}{g} \cong 20.6$, d.h. nur ca. 20 g;

Bei nicht konstanter Beschleunigung könnte aber die Beschleunigung kurzzeitig größer gewesen sein.

Aufgabe 4 „Der rotierende Professor"

Situation 1

a)



Der Professor hat ein Trägheitsmoment:

$$I_p = \frac{1}{2} m r_p^2 = \frac{1}{2} 90\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}2\,\mathrm{m})^2 = 1{,}8\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Situation 2

Situation 1: Gestreckte Arme:

$$I_1 = I_p + 2 \cdot 2{,}5\,\mathrm{kg} \cdot (1\,\mathrm{m})^2 = 1{,}8\,\mathrm{kgm^2} + 5\,\mathrm{kgm^2} = 6{,}8\,\mathrm{kgm^2}$$

[Benutze hier $I = \sum_i m_i r_i^2$]

Situation 2: Angelegte Arme:

$$I_2 = I_p + 2 \cdot 2{,}5\,\mathrm{kg} \cdot (0{,}2\,\mathrm{m})^2 = 1{,}8\,\mathrm{kgm^2} + 0{,}2\,\mathrm{kgm^2} = 2{,}0\,\mathrm{kgm^2}$$

Zu Beginn ist der Drehimpuls:

$$|\vec{L}_1| = I_1 \cdot \omega_1 = 6{,}8\,\mathrm{kgm^2} \cdot 2\pi \frac{1}{s} = 42{,}7\,\mathrm{kgm^2/s}$$

Da das Anlegen der Arme kein Drehmoment erzeugt gilt Drehimpulserhaltung: $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$

Daher gilt $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{L_1}{I_2} = 21{,}4\,\frac{\mathrm{rad}}{s}$

oder 3,4 Umdrehungen pro Sekunde.

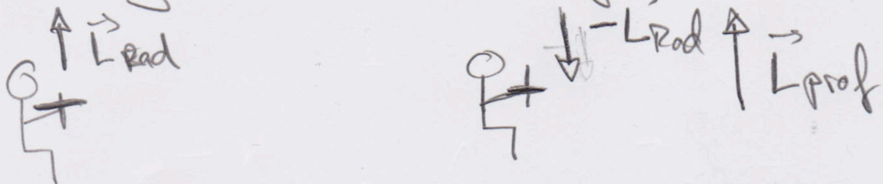
Aufgabe 4, fortgesetzt

b) Da Massebeiträge zum Trägheitsmoment mit r^2 gewichtet werden, führt die Verlagerung von Masse nach "außen" immer zu einer Zunahme des Trägheitsmoments. Mit einer realistischen Masseverteilung der Arme erhöht sich also I_1; nach Anlegen der Arme ist I_2 ungefähr unverändert. Das Verhältnis I_1/I_2 ist somit größer als im Fall der "masselosen" Arme und die Winkelgeschwindigkeit nach Anlegen der Arme wird somit größer als in Fall a).

c) Das Rad ist näherungsweise ein Hohlzylinder

$$I_{Rad} = m_{Rad}\, r_{Rad}^2 = 5\,\mathrm{kg}\cdot(0{,}5\,\mathrm{m})^2 = 1{,}25\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Zu Beginn: Nach Drehung des Rads:



Es gilt Drehimpulserhaltung (keine äußeren Drehmomente!), daher $\vec{L}_{Rad} = -\vec{L}_{Rad} + \vec{L}_{prof}$

$$\Rightarrow \vec{L}_{prof} = 2\vec{L}_{Rad} \Rightarrow \omega_{prof} = \frac{2 I_{Rad}}{I_{P+R}}\,\omega_{Rad}$$

$$\Rightarrow \omega_{prof} = \frac{2\cdot 1{,}25\,\mathrm{kg\,m^2}}{5\,\mathrm{kg\,m^2}}\left(\frac{4\cdot 2\pi}{s}\right) = 12{,}6\,\frac{1}{s}$$ bzw. 2 Umdrehungen pro Sekunde.

Aufgabe 5 „Ein Raum voller Luft"

Das Oalumen des Raumes ist:

$$V = 3m \cdot 4m \cdot 5m = 60\,m^3$$

a) $m_{Luft} = \rho_{Luft} \cdot V = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3} \cdot 60\,m^3 = 72\,kg$

$F_{G,Luft} = m_{Luft} \cdot g = 72\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 = 706\,N$

b) $m_{Wasser} = \rho_{Wasser} \cdot V = 1000\,kg/m^3 \cdot 60\,m^3 = 6 \cdot 10^4\,kg$

$F_{G,Wasser} = m_{Wasser} \cdot g = 6 \cdot 10^4\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 5{,}9 \cdot 10^5\,N$

c) $F_{Luftdruck} = p_{Luftdruck} \cdot A_{Boden} = 1{,}013 \cdot 10^5\,Pa \cdot 4m \cdot 5m$

$$= 2 \cdot 10^6\,N$$

d) Der Luftdruck wirkt auch unterhalb des Raumes, d.h. es gibt eine gleichgroße Kraft, die von unten auf den Boden drückt.

Aufgabe 6 „Wasserdruck im Wohnhaus"

a) Die Flußgeschwindigkeit im zweiten Stock folgt einfach aus der Kontinuitätsgleichung:

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi (0{,}01\,m)^2}{\pi (0{,}005\,m)^2} \cdot 1{,}5\,\frac{m}{s}$$

$$= 6{,}0\,\frac{m}{s}$$

b) Es gilt die Bernoulli-Gleichung; wir müssen die Beiträge von (Leitungs-)druck, Schweredruck, und Fließgeschwindigkeit berücksichtigen:

$$\underbrace{p_1 + \rho \cdot g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2}_{\text{Erdgeschoß}} = \underbrace{p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}_{\text{Zweiter Stock}}$$

$$\rightarrow \quad p_2 = p_1 - \rho g (h_2 - h_1) - \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$= 4 \cdot 10^5\,Pa - 1000\,kg/m^3 \; 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \; 5\,m$$

$$- \frac{1}{2}\, 1000\,kg/m^3 \left(36\,\frac{m^2}{s^2} - 2{,}25\,\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$= 3{,}3 \cdot 10^5\,Pa = 3{,}3\,bar$$

c) Volumenflußrate:

$$\frac{dV}{dt} = A_2 v_2 = \pi (0.005\,m)^2 \cdot 6\,\frac{m}{s} = 4{,}7 \cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}$$

$$= 0{,}47\,l/s$$