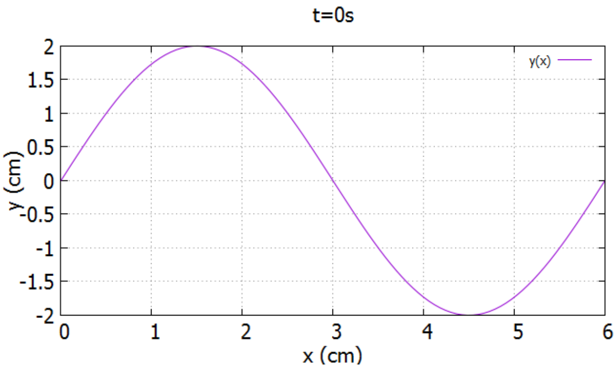
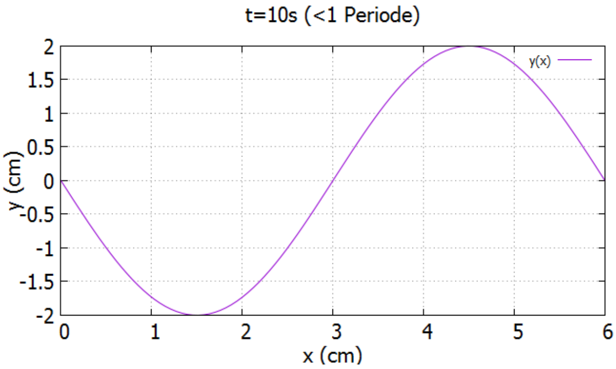
Lösung zum Übungsblatt 10
Besprechung in der Woche vom 1.2.2021

Aufgabe 1

Schwingendes Seil: In folgenden beiden Abbildungen ist eine Welle dargestellt, die sich nach rechts fortbewegt. Links ist sie zur Zeit t = 0 s zu sehen, rechts 10 Sekunden später (die Periodendauer sei größer als 10 s).





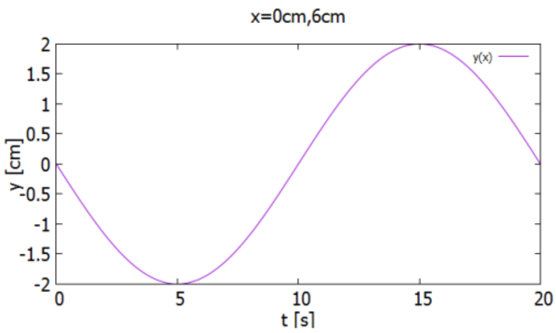
a) Bestimmen Sie i) die Wellenlänge der Welle, ii) die Frequenz der Quelle, welche das Seil zum schwingen bringt, sowie iii) die Geschwindigkeit der Welle.

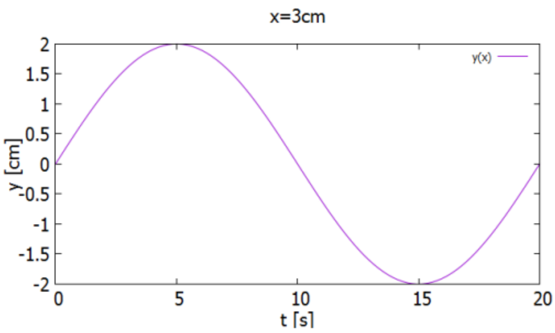
Lösung:

i) Die Wellenlänge ist $\lambda = 6$ cm.
ii) Da sich die Welle eine halbe Periode in 10 s bewegt ergibt sich für die Periodendauer $T = 20$ s. Ferner ist dann $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\text{ s}} = 0,05$ Hz die gesuchte Frequenz.
iii) Zur Bestimmung der Geschwindigkeit betrachten wir die Verschiebung innerhalb von 10 Sekunden. Für t=10 s bewegt sich die Welle $\Delta x = 3$cm. Die Geschwindigkeit ist somit $v = 0,3\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

b) Zeichnen Sie einen Graphen der Auslenkung y als Funktion der Zeit für x = 0 cm, x = 3 cm, x = 6 cm jeweils von t = 0 s bis t = 20 s.

Lösung:





c) Stellen Sie eine Gleichung auf, die die Auslenkung y als Funktion von x und t beschreibt.

Lösung:
Die Gleichung, welche die Auslenkung y als Funktion von x und t beschreibt ist gegeben durch (siehe Vorlesung 10, Slide 7):

$$y(x,t) = A \cdot sin(kx - \omega t) = 2 \cdot sin(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t) = 2 \cdot sin(\frac{2\pi}{6 \text{ cm}}x - \frac{2\pi}{20 \text{ s}}t).$$

Aufgabe 2

Gitarre: Die fünfte A-Saite einer Gitarre hat eine Länge von 65 cm. Die Saite ist am Steg sowie an der Mechanik befestigt. An den fest eingespannten Enden müssen Knoten der Schwingung liegen; daher beträgt die Wellenlänge des Grundtons $2 \cdot L$. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle der A-Saite beträgt $c_{Saite} = 143\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Welche Frequenz besitzt der Grundton der Saite?

Lösung:

Für die Wellenlänge des Grundtons gilt: $\lambda_0 = 2L$. Und für die Frequenz:
$f = \frac{c_{Saite}}{\lambda_0} = \frac{143\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0.65\,\text{m}} = 110\,\text{Hz}$

b) Welche Frequenz besitzt der erste Oberton?

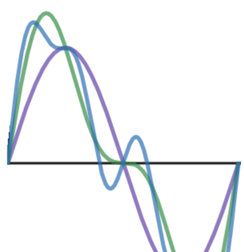
Lösung:

Für die Wellenlänge des ersten Obertons gilt: $\lambda_1 = L$. Damit ist die Frequenz: $f = \frac{c_{Saite}}{\lambda_1} = \frac{143\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.65\,\text{m}} = 220\,\text{Hz}$

c) Berührt man die Saite über dem 12. Bund, so kann die Saite dennoch schwingen. Den resultierenden Ton nennt man Flageolettton. Warum kann die Saite schwingen, obwohl sie mit dem Finger gedämpft wird? Mit welcher Frequenz schwingt die Seite und welche wird dabei gedämpft? *Hinweis: Der 12. Bund halbiert die Saite. Eine Zeichnung ist hilfreich.*

Lösung:

Die Saite wird quasi in der Mitte festgehalten. Deswegen muss in der Mitte ein Knoten sein. Die Saite kann weiterhin mit dem ersten Oberton schwingen, da dieser in der Mitte einen Knoten hat. Es können aber auch der dritte, fünfte, siebte.. Oberton schwingen. Alle Töne, die keinen Knoten in der Mitte haben, werden vom Finger gedämpft. Die Saite schwingt mit einer Überlagerung aller Obertöne, die einen Knoten in der Mitte haben. Am prägnantesten ist der erste Oberton (siehe Grafik). Sie zeigt den ersten Oberton (lila), die Überlagerung des ersten und dritten Obertons (grün) sowie die Überlagerung des ersten, dritten und fünften Obertons (blau).



Aufgabe 3

Schallgeschwindigkeiten in Gasen. In der 10. Vorlesung haben wir besprochen, dass die Schallgeschwindigkeiten in Gasen vom Kompressionsmodul K und der Dichte ρ abhängt: $c = \sqrt{K/\rho}$. Für ein sogenanntes ideals Gas, was wir in der 11. Vorlesung kennenlernen, kann man zeigen, dass das Kompressionsmodul von Dichte und Temperatur abhängt, so dass sich insgesamt folgender Ausdruck für die Schallgeschindigkeit ergibt:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{m_{mol}}} \tag{1}$$

Hier ist R die universelle Gaskonstante $R = 8{,}3145$ J/mol/K, T die absolute Temperatur in Kelvin, m_{mol} die molare Masse des Gases und γ der sogenannte Adiabatenkoeffizient, der einheitenlos ist und von der Art des Gases abhängt.

a) Schauen Sie das Video der ETH Zürich zu Schallgeschwindigkeitsmessung für Luft, Helium und SF_6 an: `https://youtu.be/lduKoJo5nrY`. Das Glasrohr im Video hat eine Länge von $\Delta L =$ 1 m. Berechnen Sie die Schallgeschwindigkeiten für die gezeigten Gase mit mit den im Video bestimmten Werten für die Zeiten Δt für die Ausbreitung des Schalls über ΔL.

b) Vergleichen Sie die gemessenen Werte für c mit der Vorhersage der Formel oben, wenn Sie $T =$ 293 K, $m_{mol} = 4$ g/mol für He, 29 g/mol für Luft und 146 g/mol für SF_6 sowie $\gamma = 1$ annehmen.

c) Welche Werte für γ müssen Sie annehmen, damit die Vorhersage mit dem Messwerten jeweils übereinstimmt?

Lösung:

a) Die durchscnittliche Geschwindigkeit kann über $v = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ berechnet werden. Bei einer Länge ΔL von einem Meter und Zeiten von $\Delta t_{Luft} = 3$ ms, $\Delta t_{He} = 1$ ms, und $\Delta t_{SF_6} = 7$ ms ergeben sich Schallgeschwindigkeiten von $c_{Luft} = 3,333 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $c_{He} = 1000 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, und $c_{SF_6} = 142,9 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

b) durch einsetzen der gegeben Werte in Gleichung 1 ergibt sich $c_{Luft} = 289,8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $c_{He} = 780,4 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, und $c_{SF_6} = 129,2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

c) Die aus Gleichung 1 berechneten Werte für die Schallgeschwindigkeit sollen mit den in Aufgabenteil a) bestimmten werten übereinstimmen. Daher muss gelten:

$$\sqrt{\frac{RT}{m_{mol}}} \cdot \sqrt{\gamma} = c_b \cdot \sqrt{\gamma} \overset{!}{=} c_a$$

$$\rightarrow \gamma = (\frac{c_a}{c_b})^2$$

c_a bzw. c_b sind dabei die in Aufgabenteil a) bzw. Aufgabenteil b) berechneten Werte für die Schallgeschwindigkeit. Mit den vorher berechneten Werten ergibt sich nun $\gamma_{Luft} = 1,32$, $\gamma_{He} = 1,64$ und $\gamma_{SF_6} = 1,22$.

Aufgabe 4

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit phyphox In dieser phyphox Aufgabe aoll die Schallgeschwindigkeit in Luft durch ein Maßband, zwei Handys und die Akustische Stoppuhr Funktion von phyphox bestimmt werden.

a) Bitten Sie (falls Sie keine zwei Handys haben) ihre Mitbewohner, Eltern, Geschwister oder wer auch immer ein zweites Handy beisteuern kann um Hilfe.

b) Schauen sie zusammen das Video zu dem phyphox Versuch (https://phyphox.org/de/experiment/schallgeschwindigkeit/).

c) Stellen sie nun wie im Video beschrieben die Schwelle der akustischen Stoppuhr so ein, dass die Uhr nicht mehr durch Hintergrundgeräusche ausgelöst wird. Denken sie dabei daran, dass eins der Handys bei dem Versuch einige Meter von der Schallquelle entfernt liegen wird. Stellen sie die Schwelle also nicht zu hoch ein, damit trotz der Entfernung beide Stoppuhren durch das akustische Signal gestartet werden. Es kann helfen die Messung nicht durch Klatschen sondern durch das aufeinander schlagen von metallischen Gegenständen (z.B Hantelscheiben) auszulösen, damit das akustische Startsignal lauter ist, und sich so stärker vom Hintergrund abhebt.

d) Legen Sie die Handys nun in einigen Metern Abstand auf den Boden, und messen Sie den Abstand. Dann können die Stoppuhren durch ein akustisches Signal (Klatschen oder metallischen Gegenstände) gestartet werden. Achten sie dabei darauf dass Sie ihr Startsignal nicht zwischen den Handys erzeugen. Wenn beide Stoppuhren gestartet sind erzeugen Sie das gleiche Signal auf der anderen Seite um die Uhren wieder zu stoppen. Schreiben sie sich die Zeiten auf, und wiederholen sie Messung am besten 2 mal (insgesamt 3 Messungen).

e) Aus den Differenzen der an den zwei Handys gemessen Zeiten und dem Abstand soll nun die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden. Berechnen sie dafür den Mittelwert Ihrer gemessen Zeitdifferenzen. Dieser Mittelwert entspricht nun der doppelten Zeit den der Schall braucht um die Strecke zwischen den zwei Handys zurückzulegen, da es sowohl beim Starten wie auch beim Stoppen der Uhren zu einer Verzögerung kommt.

f) Stimmt ihre gemessene Schallgeschwindigkeit mit dem Literaturwert überein?

Lösung: In Tabelle 1 werden die gemessen Zeiten gezeigt.

Tabelle 1: Gemmessene Zeiten der zwei Stoppuhren und die Differenz

Messung	T_1	T_2	ΔT
1	17,753 s	17,771 s	0,018 S
2	9,873 s	9,891 s	0,018 S
3	7,982 s	7,999 s	0,017 S

Der Mittelwert der gemessen Zeitdifferenzen beträgt $\Delta T_M = 0,0177$ s. Das entspricht der doppelten Zeit die der Schall gebraucht hat um die Distanz von 3 m zwischen den beiden Handys zurückzulegen. Draus ergibt sich dann eine Schallgeschwindigkeit von

$$c = \frac{3 \text{ m}}{\frac{1}{2} \cdot 0,0177 \text{ s}} = 339,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

In trockener Luft von 20°C beträgt die Schallgeschwindigkeit $343,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (https://de.wikipedia.org/wiki/Schallgeschwindigkeit). Das Messergebnis passt also gut zu der Literaturangabe.