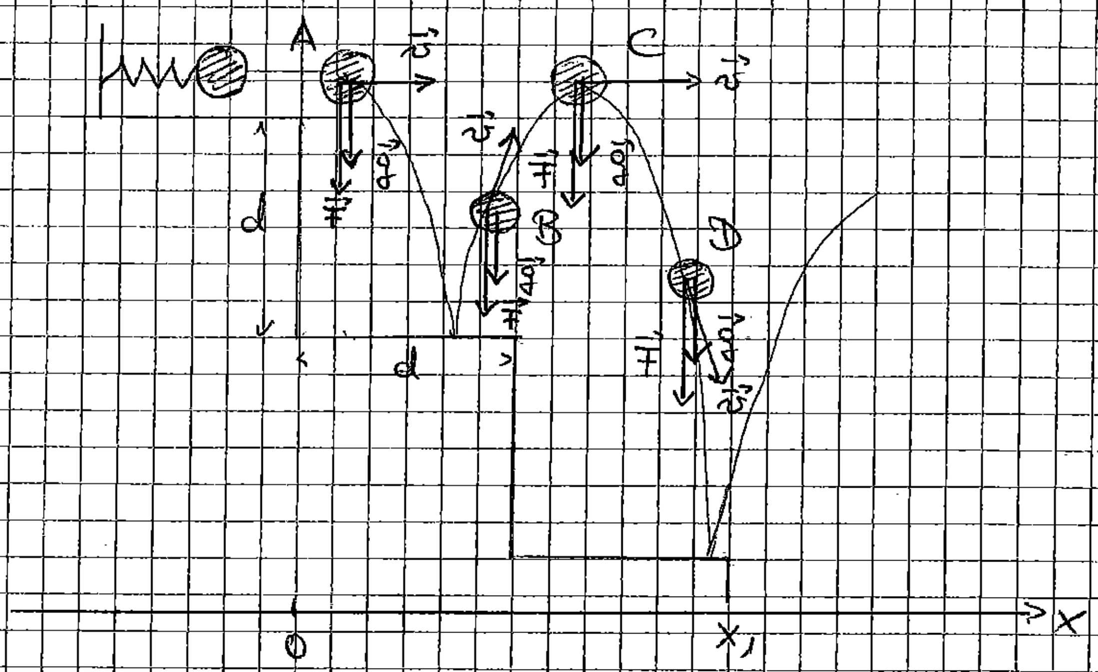
Lösungsvorschlag: Stahlkugel (JS)




Kugel: $m = 20g$; Feder: $D = 6.5$ N/m, Treppe: $d = 25$ cm

a) Federstauchung: $s = 3.5$ cm

⇒ Anfangsgeschwindigkeit der Stahlkugel nach Beschleunigung:

$$\frac{1}{2} D s^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{D s^2}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.5\,N/m \cdot (0.035\,m)^2}{0.020\,kg}} = \underline{\underline{0.63\,\frac{m}{s}}}$$

b) • Geschwindigkeit $\vec{v}$ (A, B, C, D):

⇒ jeweils tangential an die Bahnkurve

• Beschleunigung $\vec{a}$ (A, B, C, D):

⇒ gegeben durch die Erdbeschleunigung $\vec{g}$ in Richtung des Scheitelpunktes: $\vec{a} = \vec{g}$

• Kraft auf die Stahlkugel $\vec{F}$ (A, B, C, D):

$\vec{F} \sim \vec{g}$: parallel zur Erdbeschleunigung

c) Betrag der Beschleunigung in den Punkten A, B, C, D:

$$|\vec{a}| = g = 9.81 \ m/s^2 \quad \text{für A, B, C, D}$$

d) Zeit für Stahlkugel vom Treppenbeginn $x = 0$ bis $x_1$: $t_g$

$x_1 = 2d$

horizontale Bewegung: gleichförmig mit $v$ (aus Teil a))

$$\Rightarrow \quad v = \frac{x_1}{t_g} = \frac{2d}{t_g} \quad \Rightarrow \quad t_g = \frac{2d}{v} = \frac{0.5 m}{0.63 \ m/s} = \underline{\underline{0.79 \ s}}$$

e) In welchem Bereich muß die Anfangsgeschwindigkeit liegen, damit die Kugel nicht auf der 1. Stufe, aber auf der 2. Stufe auftrifft:

i) Geschwindigkeit, um gerade noch die Kante der 1. Stufe zu treffen:

Fallzeit: $d = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2d}{g}}$

Geschwindigkeit: $v_{min} = \frac{d}{t_1} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2d}{g}}} = \sqrt{\frac{g \cdot d}{2}}$

$$= \sqrt{\frac{9.81 m/s^2 \cdot 0.25 m}{2}} = \underline{\underline{1.11 \ m/s}}$$

ii) Geschwindigkeit, um 2. Stufe noch zu treffen:

Fallzeit: $2d = \frac{1}{2} g t_2^2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \sqrt{\frac{4d}{g}}$

Geschwindigkeit: $v_{max} = \frac{2d}{t_2} = \frac{2d}{2\sqrt{\frac{d}{g}}} = \sqrt{g \cdot d} =$

$$= \sqrt{9.81 \ m/s^2 \cdot 0.25 m} = \underline{\underline{1.57 \ m/s}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{1.11 \ m/s < v < 1.57 \ m/s}}$$

f) Minimale und maximale Vorspannung der Feder, um die Geschwindigkeiten aus e) zu realisieren:

$$\frac{1}{2} D s^2 = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow s = \sqrt{\frac{m v^2}{D}}$$

$$\Rightarrow s_{min.} = \sqrt{\frac{m \cdot v_{min.}^2}{D}} = \sqrt{\frac{0{,}02\,kg \cdot (1.11\,\frac{m}{s})^2}{6.5\,N/m}} = \underline{\underline{0.062\,m}}$$

$$s_{max} = \sqrt{\frac{m \cdot v_{max.}^2}{D}} = \sqrt{\frac{0.02\,kg \cdot (1.57\,\frac{m}{s})^2}{6.5\,N/m}} = \underline{\underline{0.087\,m}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{6.2\,cm < s < 8.7\,cm}}$$

Wiederholung:
- Ideales Gas
- erster Hauptsatz
- Carnot-Kreisprozeß
- Zustandsänderungen
- Leistung

Ideales Gas:
- keine Wechselwirkungen, kein Eigenvolumen
- Zustandsgrößen: $p, V, T, n$
- Zustandsgleichung: $\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T}$

Zustandsänderungen:

i) Isotherme: $T = \text{const.} \Rightarrow p \cdot V = \text{const.}$ : Boyle-Mariotte

$\Rightarrow p \sim 1/V$ : Hyperbeln in $p$-$V$-Ebene

ii) Isochore: $V = \text{const.} \Rightarrow p \sim T$ : Gay-Lussac

iii) Isobare: $p = \text{const.} \Rightarrow V \sim T$ : Charles

iv) Adiabate: $\Delta Q = 0$ : kein Wärmeaustausch ($\Rightarrow$ schnell)

$\Rightarrow p \cdot V^{\kappa} = \text{const.}$

mit $\kappa = C_p / C_V = \frac{f+2}{f}$ $f$: Freiheitsgrade

1. Hauptsatz: $\boxed{\Delta U = \underbrace{\Delta Q}_{\text{Wärmeenergie}} + \underbrace{\Delta W}_{\text{Arbeit}} = \Delta Q - p \cdot \Delta V}$

gegen äußeren Druck geleistete Volumenarbeit: negativ

(molare) Wärmekapazität: $\Delta Q_V = C_V \cdot \Delta T$ ($V = \text{const.}$)

$\Delta Q_p = C_p \cdot \Delta T$ ($p = \text{const.}$)

Innere Energie: $\boxed{U = \frac{1}{2} \cdot f \cdot n \cdot R \cdot T}$

$\boxed{C_p > C_V}$ : Arbeit gegen Gasausdehnung leisten

$f$: Zahl der Freiheitsgrade: 3x Translation
2x Rotation (2-atomige Moleküle)

also: $f = 3$ : Edelgas
$f = 5$ : $N_2, O_2$ (bei Raumtemperatur)

Heizleistung: $P = \frac{dQ}{dt}$ : Änderung der Wärmemenge mit d. Zeit