

Zentralübung

Thermodynamik und Statistische Physik (T4)

Blatt 4

WiSe 2019/20

Aufgabe 1: Phasenübergang beim Supraleiter

Wird ein Supraleiter in einem Magnetfeld abgekühlt, kann bei hinreichend tiefen Temperaturen ein Phasenübergang beobachtet werden, der dadurch charakterisiert ist, dass für $T < T_c$ der elektrische Widerstand de facto verschwindet. Die normalleitende (NL) Phase kann als nicht magnetisch angenommen werden, so dass $M = 0$. In der Supraleitenden Phase (SL) wird das B-Feld aus dem Supraleiter verdrängt (Meissner Ochseneffekt), so dass $B = H + M = 0$ ist. Die Zustandsgleichung $M = M(T, H)$ ist also

$$M(T, H) = \begin{cases} 0 & \text{in NL, d.h. } H > H_c(T) \\ -H & \text{in SL, d.h. } H < H_c(T) \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie die Isothermen im HM-Diagramm.

b) Zeigen Sie

$$-\frac{dH_c}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta M} \quad (\text{Clausius-Clapeyron})$$

wobei ΔS und ΔM den Änderungen von Entropie und Magnetisierung entlang der Isotherme beim Phasenübergang entsprechen.

c) Zeigen Sie

$$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H, \quad H \neq H_c$$

d) Zeigen Sie nun folgende Gleichung für die Entropiedifferenz in der supraleitenden und normalleitenden Phase

$$S_{SL}(T) - S_{NL}(T) = \frac{1}{2} \frac{d}{dT} H_c(T)^2$$

e) Zeigen Sie, dass für die Differenz der spezifischen Wärmen $c_H = T(\partial S/\partial T)_H$ folgendes gilt

$$c_{H,SL}(T) - c_{H,NL}(T) = \frac{1}{2} T \frac{d^2}{dT^2} H_c(T)^2$$

Wie lautet diese Gleichung für den Grenzfall $T = T_c$, $H_c(T_c) = 0$?

f) Der Verlauf der Übergangskurve entspricht in etwa der Parabel

$$H_c(T) = H_c(0) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)$$

Berechnen Sie die Unstetigkeit von c_H in diesem Fall.

Ideale Mischung und chemisches Gleichgewicht

- a) Betrachten Sie eine ideale Mischung von Gasen aus zwei Komponenten 1 und 2, d.h. es gelte

$$U = U_1 + U_2$$

sowie

$$S(U, V, N_1, N_2) = S_1(U_1, V, N_1) + S_2(U_2, V, N_2)$$

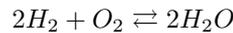
Zeigen Sie

- (i) Für die Temperaturen gilt $T = T_1 = T_2$.
- (ii) Die Partialdrücke der Komponenten addieren sich zum Gesamtdruck p .
- (iii) Nehmen Sie an, dass das ideale Gasgesetz in guter Näherung das Verhalten der Gase beschreibt. Zeigen Sie, dass für das chemische Potential der i -ten Komponente ($i = 1, 2$) in der Mischung gilt

$$\mu_i(T, p, c_1, c_2) = \mu_i^0(T, p) + kT \ln c_i.$$

Hierbei ist c_i die Konzentration $c_i = N_i/N$, und μ_i^0 das chemische Potential der reinen Komponente.

- b) Betrachten Sie die folgende chemische Reaktion (bei konstantem Druck und konstanter Temperatur)



Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht die chemischen Potentiale folgende Gleichung erfüllen:

$$-2\mu_{H_2} - \mu_{O_2} + 2\mu_{H_2O} = 0$$

- c) Zeigen Sie für die Reaktion in b)

$$\frac{c_{H_2O}^2}{c_{H_2}^2 c_{O_2}} = K(T, p),$$

wobei $K(T, p)$ nicht von den Konzentrationen abhängt.