Zentralübung

Thermodynamik und Statistische Physik (T4)

Blatt 4

WiSe 2019/20

Aufgabe 1: Phasenübergang beim Supraleiter

Wird ein Supraleiter in einem Magnetfeld abgekühlt, kann bei hinreichend tiefen Temperaturen ein Phasenübergang beobachtet werden, der dadurch charakterisiert ist, dass für $T < T_c$ der elektrische Widerstand de facto verschwindet. Die normalleitende (NL) Phase kann als nicht magnetisch angenommen werden, so dass $M = 0$. In der Supraleitenden Phase (SL) wird das B-Feld aus dem Supraleiter verdrängt (Meissner Ochsenfeld Effekt), so dass $B = H + M = 0$ ist. Die Zustandsgleichung $M = M(T, H)$ ist also

$$M(T,H) = \begin{cases} 0 & \text{in NL, d.h. } H > H_c(T) \\ -H & \text{in SL, d.h. } H < H_c(T) \end{cases}$$

a) Skizzieren Sie die Isothermen im HM-Diagramm.

b) Zeigen Sie
$$-\frac{dH_c}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta M} \qquad \text{(Clausius-Clapeyron)}$$
wobei ΔS und ΔM den Änderungen von Entropie und Magnetisierung entlang der Isotherme beim Phasenübergang entsprechen.

c) Zeigen Sie
$$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H, \qquad H \neq H_c$$

d) Zeigen Sie nun folgende Gleichung für die Entropiedifferenz in der supraleitenden und normalleitenden Phase
$$S_{SL}(T) - S_{NL}(T) = \frac{1}{2}\frac{d}{dT}H_c(T)^2$$

e) Zeigen Sie, dass für die Differenz der spezifischen Wärmen $c_H = T(\partial S/\partial T)_H$ folgendes gilt
$$c_{H,SL}(T) - c_{H,NL}(T) = \frac{1}{2}T\frac{d^2}{dT^2}H_c(T)^2$$
Wie lautet diese Gleichung für den Grenzfall $T = T_c$, $H_c(T_c) = 0$?

f) Der Verlauf der Übergangskurve entspricht in etwa der Parabel
$$H_c(T) = H_c(0)\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)$$
Berechnen Sie die Unstetigkeit von c_H in diesem Fall.

Ideale Mischung und chemisches Gleichgewicht

a) Betrachten Sie eine ideale Mischung von Gasen aus zwei Komponenten 1 und 2, d.h. es gelte

$$U = U_1 + U_2$$

sowie

$$S(U, V, N_1, N_2) = S_1(U_1, V, N_1) + S_2(U_2, V, N_2)$$

Zeigen Sie

(i) Für die Temperaturen gilt $T = T_1 = T_2$.

(ii) Die Partialdrücke der Komponenten addieren sich zum Gesamtdruck p.

(iii) Nehmen Sie an, dass das ideale Gasgesetz in guter Näherung das Verhalten der Gase beschreibt. Zeigen Sie, dass für das chemische Potential der i-ten Kompenente ($i = 1, 2$) in der Mischung gilt

$$\mu_i(T, p, c_1, c_2) = \mu_i^0(T, p) + kT \ln c_i.$$

Hierbei ist c_i die Konzentration $c_i = N_i/N$, und μ_i^0 das chemische Potential der reinen Komponente.

b) Betrachten Sie die folgende chemische Reaktion (bei konstantem Druck und konstanter Temperatur)

$$2H_2 + O_2 \rightleftarrows 2H_2O$$

Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht die chemischen Potentiale folgende Gleichung erfüllen:

$$-2\mu_{H_2} - \mu_{O_2} + 2\mu_{H_2O} = 0$$

c) Zeigen Sie für die Reaktion in b)

$$\frac{c_{H_2O}^2}{c_{H_2}^2 c_{O_2}} = K(T, p),$$

wobei $K(T, p)$ nicht von den Konzentrationen abhängt.

Bei Fragen E-Mail an *tabler.alexander@physik.uni-muenchen.de*