

Übung zur Vorlesung T4, Anwesenheitsaufgaben 9

13.12.2019

1. Harmonischer Oszillator im kanonischen Ensemble (*The harmonic oscillator in the canonical ensemble*)

Betrachten Sie N klassische (keine quantenmechanischen!), unterscheidbare harmonische Oszillatoren in einer Dimension mit der Hamiltonfunktion

$$H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_i^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} x_i^2 \right).$$

(Consider N classical (not quantum mechanical!) distinguishable harmonic oscillators in one dimension with the Hamiltonian as above.)

- Bestimmen Sie die kanonische Zustandssumme. (*Compute the partition function.*)
- Bestimmen Sie die freie Energie. (*Find the free energy.*)
- Bestimmen Sie die Zustandsgleichung sowie die mittlere Energie. (*Find the equation of state and the average energy.*)
- Geben Sie die Geschwindigkeitsverteilung für ein herausgegriffenes Teilchen an. (*Find the probability distribution for the velocity of one (random) particle.*)

2. 2-Spin System

Betrachten Sie ein 2-Spin System in einem reinen Zustand. Der reine Zustand sei gegeben durch

(i) $|\psi\rangle = \alpha|+-\rangle + \beta|-+\rangle$

(ii) $|\psi\rangle = \alpha|+-\rangle + \beta|++\rangle$

hierbei sind α, β komplexe Zahlen, und $|\langle\psi|\psi\rangle|^2 = 1$.

(Consider a 2 spin system in one of the pure states above. α, β are complex numbers and $|\langle\psi|\psi\rangle|^2 = 1$.)

- Bestimmen Sie jeweils die Dichtematrix ρ des Systems im reinen Zustand. (*Find the density matrix ρ of the whole system in each pure state.*)
- Bestimmen Sie jeweils die Dichtematrix ρ_1 für das Untersystem, das aus dem ersten Spin besteht. Handelt es sich um reine oder gemischte Zustände? Überprüfen Sie, dass die Spurbedingung erfüllt ist. (*Find the density matrix ρ_1 of the subsystem which consists of just the first spin. Is the state pure or mixed? Also verify that the trace condition is fulfilled.*)
- Bestimmen Sie nun auch ρ_2 , die Dichtematrix für das Untersystem, das aus dem zweiten Spin besteht. Bilden Sie das Tensorprodukt $\rho_1 \otimes \rho_2$. (*Now compute the density matrix ρ_2 of the subsystem which consists of just the second spin. Compute the tensor product $\rho_1 \otimes \rho_2$.*)