

Wiederholung: Bandenmodell  
Phasenzonen  
Hall-Effekt

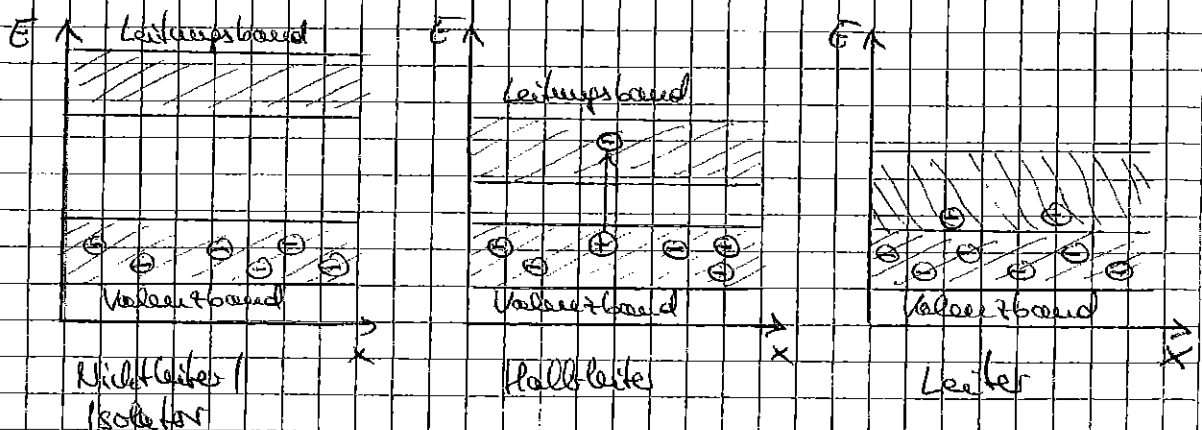
Bandenmodell des Festkörpers:

- > dient zur Erklärung, warum manche Stoffe gute elektrische Stromleiter und andere nicht.
- > Einfließ des Leiterstromes des Festkörpers auf alle Elektronen, die als „freie Elektronen“ betrachtet werden, das sind die periodischen Potential der Rumpf-Elektronen besetzt
- > für bestimmte Energiebereiche existieren Lösungen der Schrödinger-Gleichung (= quantenmechanische Beschreibung der Elektronen) = Bänder
- > getrennt durch Zonen verbotener Energien, mit denen sich keine Wellen ausbreiten können: Bandlücken

Leitungsband: Energieband, das über dem höchsten mit Elektronen voll besetzten Energieband liegt

- > befinden sich Elektronen eines Materials im Leitungsband, so können sie sich aufgrund ihrer Elektronenstruktur quasi „frei“ bewegen. Das Material ist daher ebenfalls leitfähig.

Valenzband: niedrigstes, voll mit Elektronen besetztes Energieband. Voll besetzte Bänder können zur Leitfähigkeit nicht beitragen, da keine Messung von elektrischer Ladung möglich ist.



Isolator - Festkörper mit vollständig gefülltem Valenzband - 87-

- Bandlücke  $\approx 2 \text{ eV}$

Halbleiter: - kleine Bandlücke zwischen gefülltem Valenzband und  
leerem Leitungsband

- Si: Bandlücke  $\sim 1 \text{ eV}$

- Ge: " "  $\sim 0,7 \text{ eV}$

$\Rightarrow$  Leitfähigkeit steigt bei Erhöhung der Temperatur an

$\Rightarrow$  Anzahl freier Elektronen durch thermische Anregung ins Leitungsband  
nimmt zu.

Leiter: - Valenzband entweder nur halb gefüllt, oder Leitungsband  
überlappt mit Valenzband.

- Leitfähigkeit nimmt bei Temperaturerhöhung ab,

der elektrische Widerstand nimmt durch zunehmende

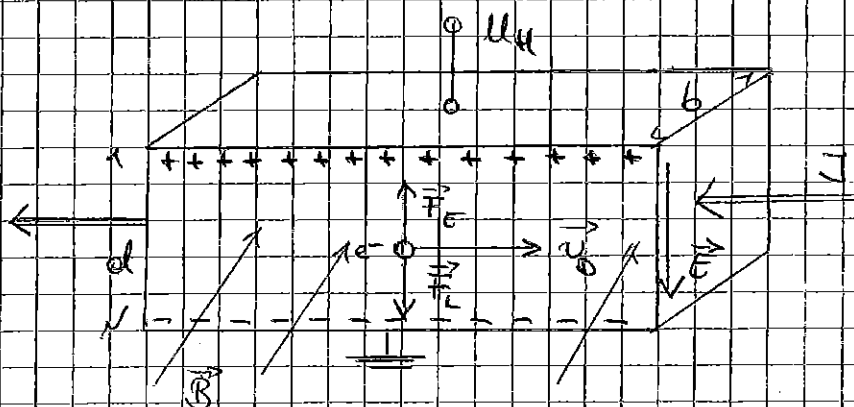
Streuung der Elektronen am Gitter durch thermische Schwingungen  
zu.

Hall-Effekt:

$\Rightarrow$  Auftreten einer elektrischen Spannung in einem Stromdurchflussener  
Leiter, der sich in einem stationären Magnetfeld befindet.

$\Rightarrow$  Stromdurchflussener, unipolarer Leiter in konstantem Magnetfeld erfährt  
Lorentzkraft auf die bewegten Ladungsträger

$\nearrow$  mit Spannung ("Hall-Spannung") wird aufgebaut, welche  
Elektronen auf eine Leitungsseite hin beschleunigt werden:



beachte:

technische Stromrichtung  
entgegen der Richtung  
der Elektronenbewegung

- Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  treibt freie Ladungsträger (hier  $e^-$ ) sambrecht zu  $J, B$  auf die Leiteroberfläche, damit dort Hallspannung  $U_H$  auf (  $\Rightarrow$  Potentialdifferenz "oben" - "unten" )

$\Rightarrow$  elektrisches Feld entsteht mit elektrostatischer Kraft ausgeglichen von  $\vec{F}_L$  bis ein Kräftegleichgewicht erreicht ist:  $\vec{F}_E = -\vec{F}_L$

$\Rightarrow -e \vec{E} = +e \vec{v} \times \vec{B} \quad (\vec{v} \perp \vec{B})$ ; Elektronen:  $q = -e$

$\Rightarrow E = v_d \cdot B \quad \wedge \quad U_H = E \cdot d = v_d \cdot B \cdot d$

$\Rightarrow$  Strom:  $J = n \cdot q \cdot v_d \cdot A$  mit  $n$ : Anzahl Ladungsträger pro Volumeneinheit ("Ladungsdichte")

Darmit:  $v_d = \frac{J}{A \cdot n \cdot q}$

$\Rightarrow U_H = \frac{J}{A \cdot n \cdot e} \cdot B \cdot d = \frac{J \cdot B}{b \cdot n \cdot e} = A_H \cdot \frac{J \cdot B}{b}$

$A$ : Querschnittsfläche =  $b \cdot d$   
 $q = e$

$\Rightarrow A_H = \frac{1}{ne}$  "Hall-Konstante"

Praktische Verwendung: Messung von Magnetfeldern

$B = \frac{U_H \cdot b}{A_H \cdot J}$

Q

Q

Q

Q

Wiederholung: Dotierte Halbleiter

=> reinen Halbleitern werden kontrollierte Mengen von Fremdatomen bei Zugabe

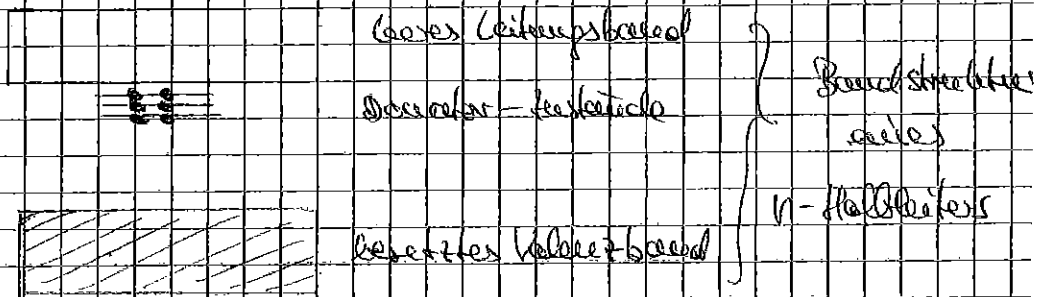
- Si: Halbleiter, 4-wertig (ist 4 Valenzelektronen)

i) n-Dotierung: (von Si) (Silizium)

- 5-wertige Fremdatome hinzugeben (z.B. As)
- 5. Elektron kann nur schwerall gebunden in einem Zustand dicht unterhalb vom Leitungsband, kann leicht angeregt werden

=> führt zur elektronischen Leitung bei: n-Halbleiter

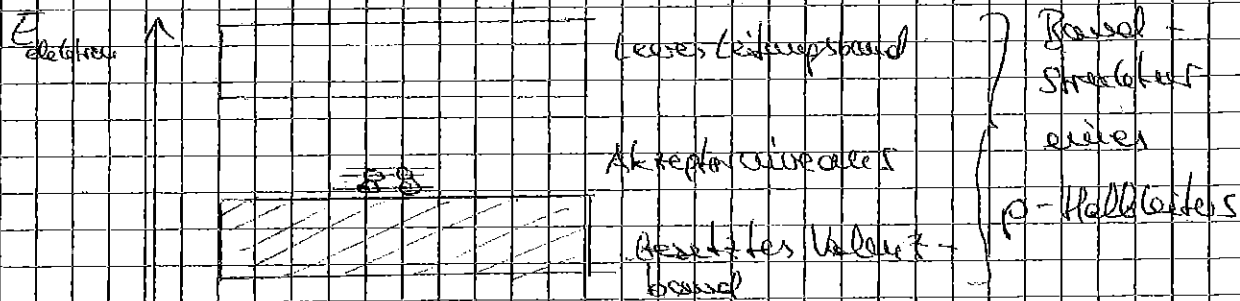
=> "Donator"



ii) p-Dotierung:

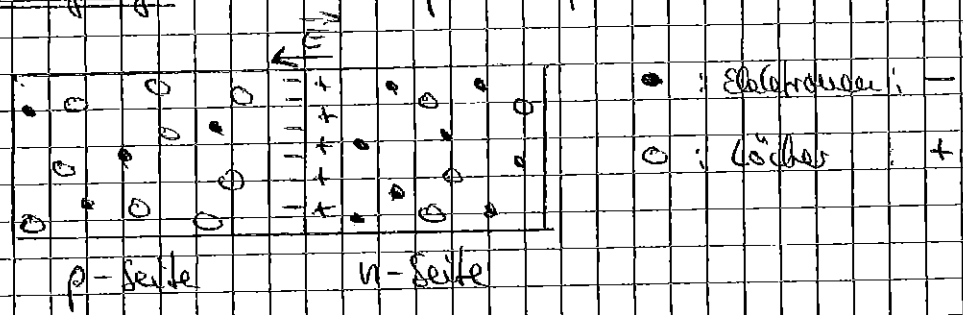
- 3-wertige Fremdatome hinzugeben (z.B. Ga)
  - ein Elektron entsteht Elektronen-Fehlstelle: Loch
- => "Akzeptor"

=> Löcher verhalten sich wie positive Ladungsträger  
 oder  
 Kriechen innerhalb des Valenzbandes entstehen durch die Löcher des Ga-Atoms (wie Akzeptor-Atome), die Elektronen aus gefülltem Valenzband aufzunehmen können, wenn diese thermisch angeregt werden



=> Bei Anlegen einer Voltzahl wird der Abgleichsmechanismus durch Loch im Voltmeterband zurück, das sich bei Bewegung bewegt: p-Halbleiter

p/n-Übergang: Verteilung von p- und n-Halbleitern

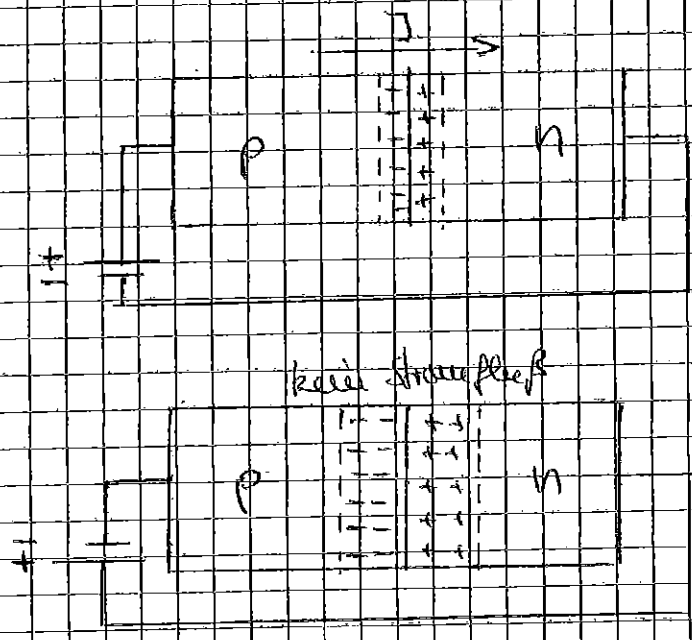


Konzentrationsgefälle: Löcher diffundieren von p- auf n-Seite  
Elektronen diffundieren von n- auf p-Seite

n-Übergangsbereich: elektronische Doppelschicht ähnliche Plattenkondensator  
entsteht, Potentialdifferenz verhindert weitere Diffusion

↳ "Verarmungszone": Rekombination im Übergangsbereich

Diode: p/n-Übergang im elektronischen Schaltkreis



Diode im Durchlassrichtung  
gepolt.

=> Breite der Verarmungszone  
wird verengt

=> Strom fließt

Diode im Sperr-Richtung  
gepolt.

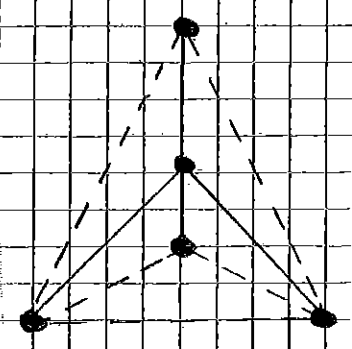
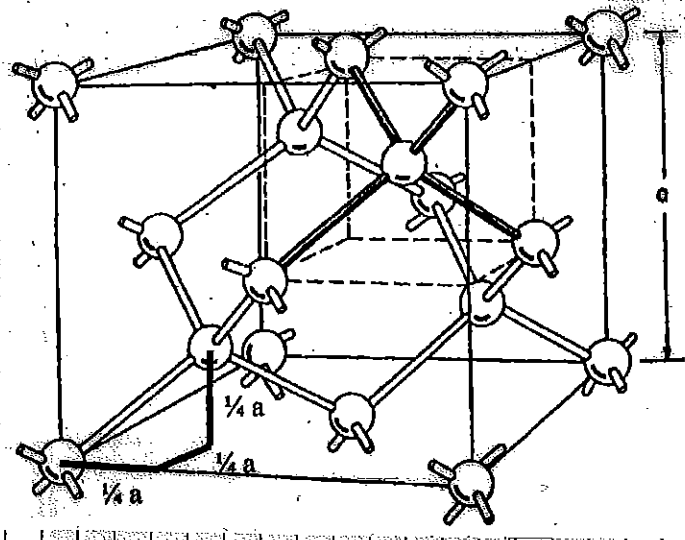
=> Breite der Verarmungszone  
wird vergrößert.

=> kein Stromfluss

=> p/n-Übergang leitet Strom nur in 1 Richtung

Lösungsvorschlag: Halbleiter (35)

Si kristallisiert im Diamantstruktur (s. Abbildung) mit Gitterkonstante  $a = 5,43 \text{ \AA}$ . Die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r = 12$ , effektive Masse der Elektronen  $m^* = 0,2 \cdot m_0$ , Energieband  $E_g = 1,12 \text{ eV}$ .



a) Raumausfüllung:

Silicium bildet eine tetraedersymmetrische aus, die als 2 ineinander verschobene fcc-Gitter (kubisch flächenzentriert) darstellbar ist. Die beiden fcc-Gitter sind um den Gittervektor  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot a$  zueinander verschoben. Dabei entspricht der Verschiebungsvektor dem Abstand zwischen dem Zentralatom eines Tetraeders und seinen Bindungspartnern (kovalente Bindung).

Zahl der Si-Atome in kubischer Elementarzelle:

- 8 Eckatome sind im Würfel vorhanden, jedes zählt zu  $\frac{1}{8}$  pro Würfel  $\rightarrow$  1 Atom pro Würfel
- ein Flächenatom zählt jeweils  $\frac{1}{2}$  pro Würfel. Es gibt insgesamt 6 Flächen  $\Rightarrow$  3 Atome pro Würfel
- insgesamt sind 2 fcc-Gitter ineinander verschoben, d.h. es befinden sich jeweils 2 Atome in der Basis

(i)  $\Delta \quad 2 \times (1+3) \text{ Atome} = 8 \text{ Atome pro Elementarzelle}$

(ii) Abstand nächste Nachbarn:  $\Rightarrow$  maximales Radius - 298 -

zueinander sich berührendes Gitter Kugeln.

Betrachte Si-Atome bei  $(0,0,0)$  und  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ ;

Abstandsvektor verläuft entlang der Raumdiagonale

Raumdiagonale:  $r_{\text{Raum}} = a \cdot \sqrt{3}$  (allg. Formel)

max. Kugelradius: halber Abstand zum Nachbarn, das bereits auf  $\frac{1}{4}$  der Länge der Raumdiagonale sitzt.

$$\Delta r_{\text{max}} = \frac{1}{8} \text{ der Raumdiagonale}$$

$$\Rightarrow r_{\text{max}} = \frac{a \sqrt{3}}{8}$$

Si-Volumen (Kugel)

$\rightarrow$  Raumfüllung (Packungsdichte):

$$P = \frac{V_{\text{Si}}}{V_{\text{EZ}}} \quad \text{Einheitszelle}$$

Si-Atomvolumen in Einheitszelle

$$\text{mit: } V_{\text{Si}} = \frac{4}{3} \pi r_{\text{max}}^3$$

$$\text{und } V_{\text{EZ}} = a^3$$

$$\Rightarrow P = \frac{\pi \sqrt{3}}{16} = 0,34 = 34\%$$

$$\left( P = 8 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \left( \frac{a \sqrt{3}}{8} \right)^3 / a^3 = \frac{8 \cdot 4 \cdot \pi \cdot a^3 \cdot 3 \sqrt{3}}{3 \cdot 8^3 \cdot a^3} \right)$$

b)  $\Rightarrow$  Die Raumfüllung ist mit 34% deutlich geringer als für eine dichteste Kugelpackung (74%), wie sie bei den meisten Metallen vorliegt.

$\rightarrow$  In Silicium haben wir kovalente Bindungen. Diese sind gerichtet und ergeben eine Tetraeder-Struktur.

- Die metallische Bindung ist nicht gerichtet, damit wird eine dichteste Kugelpackung möglich.



c) "Dotierung" erklären: Einbau von Fremdatomen  
geringer Konzentration auf Si-Ge-Platten. -199-

p-Dotierung: Fremdatome mit einem Valenzelektron weniger als bei Si werden eingebaut  $\hat{=}$  Akzeptoren; Bsp.: Krist  
 $\Rightarrow$  es entsteht ein Überschuss an Defizit Elektronen (Löcher), die im Kristall beweglich sind: p-Leitung

n-Dotierung: Fremdatome mit einem Valenzelektron mehr als Si werden eingebaut  $\hat{=}$  Donatoren, Bsp.: Phosphor  
 $\Rightarrow$  Überschuss an Elektronen, die im Kristall beweglich sind  $\Rightarrow$  n-Leitung

d) Ionisierungsenergie eines Donators im Wasserstoffmodell einer Struktur

Wasserstoff-Modell:  $E_n = - \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \cdot \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$  mit:  $Z=1$   
 $n=1$   
 $\Rightarrow E_1 = - \frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot 2\hbar^2} = - \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2}$

für Wasserstoff:  $E_1 = -13.6 \text{ eV}$

für Donator: ersetzt Elektronen-Ruhemasse  $m_e$  durch  $m^*$   
 und  $\epsilon_0$  durch  $(\epsilon_0 \cdot \epsilon_r)$

$\hat{=} E_D = - \frac{m^* e^4}{8\epsilon_0^2 \epsilon_r^2 \hbar^2}$

für den Fall: Si mit  $m^* = 0.2 m_e$ ,  $\epsilon_r = 12$

$\Rightarrow |E_D| = 0.2 \cdot \left( \frac{1}{12} \right)^2 \cdot 13.6 \text{ eV} = 0.0189 \text{ eV} = 18.9 \text{ meV}$

Energiebandlage:  $E_D$   $\uparrow$   $E_D$   $\downarrow$   $E_D$   $\uparrow$   $E_D$   $\downarrow$   
 (1.12 eV)  $\uparrow$   $E_D$   $\downarrow$   $E_D$   $\uparrow$   $E_D$   $\downarrow$   
 Leitungsband  
 Donatorniveau (18.9 meV)  
 Valenzband

Die Ionisierungsenergie des Donators ist vergleichbar mit der thermischen Energie bei Raumtemperatur:  $k_B \cdot T \approx 1/40 \text{ eV} \approx 26 \text{ meV}$  (300K)

$\Rightarrow$  Bei Raumtemperatur sind die Donatoren praktisch alle ionisiert

→ Damit ist die Ladungsträgerdichte und damit die Leitfähigkeit ebenfalls erhöht. -200-

e) Radius  $r_0$  der 1. Bohr'schen Bahn im Wasserstoffmodell für den Si-Kristall:  $32 \text{ \AA}$

⇒ Unterschied zum Radius der 1. Bohrschen Bahn im H-Atom:

• Radius der 1. Bohr'schen Bahn für H-Atom:  $r_0 = 0,53 \text{ \AA}$

→ Der Unterschied ist auf die höhere Dielektrizitätskonstante ( $\epsilon_r = 12$ ) und die kleinere effektive Masse ( $m^* = 0,2$ ) für Elektronen im Si zurückzuführen:

$$r_0(\text{Si}) = \frac{12}{0,2} \cdot 0,53 \text{ \AA} = 32 \text{ \AA}$$

damit die allg. Formel für den Bohrschen Radius lautet:

$$r_n = \frac{4\pi \epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \cdot \frac{n^2}{Z}$$

f) Wieviele Si-Atome innerhalb einer Kugel mit  $2r_0 = a$ ?

⇒ Volumen der Kugel:  $V(2r_0) = \frac{4\pi}{3} \cdot (2r_0)^3$   
 $2r_0 = 64 \text{ \AA}, a(\text{Si}) = 5,43 \text{ \AA}$

$$\Rightarrow V(2r_0) = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{64 \text{ \AA}}{5,43 \text{ \AA}}\right)^3 \cdot a^3 = 6,9 \cdot 10^3 a^3$$

- Dichte der Si-Atome: 8 Atome in Elementarzelle:  $n_{\text{Si}} = \frac{8}{a^3}$

- Anzahl der Si-Atome:  $N_{\text{Si}} = n_{\text{Si}} \cdot V(2r_0) = \frac{8}{a^3} \cdot 6,9 \cdot 10^3 a^3 = 55000$

g) Störbandleitung durch Rekombination der Donatoren; falls mittlerer Abstand zweier Donatoren  $< 4r_0$ . Welche Störstellkonzentrationen dafür nötig (Donatoren auf einfach kubischem Gitter):

$$\Rightarrow \text{Störbandleitung für: } n_D > \frac{1}{(4r_0)^3} = \frac{1}{(4 \cdot 32 \cdot 10^{-10} \text{ m})^3} = 4,8 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{oder: } n_D > 4,8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$