

**Helium-Atom**

Analog zum Wasserstoffmolekül lassen sich die beiden Elektronen im Helium-Atom durch eine Gesamt-Ortswellenfunktion  $\psi(a, b)$  beschreiben. Ein Elektron befindet sich im Zustand  $a$  mit den Quantenzahlen  $(n_a, l_a, m_a)$ , das andere Elektron im Zustand  $b$  mit den Quantenzahlen  $(n_b, l_b, m_b)$ .

- a) Die beiden Elektronen im Helium-Atom sind ununterscheidbar. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der beiden Elektronen im Atom darf sich daher bei Vertauschung der beiden Elektronen ( $1 \leftrightarrow 2$ ) nicht ändern. Leiten Sie daraus eine Bedingung für die Gesamt-Ortswellenfunktion der beiden Elektronen  $\psi(a, b)$  her. Geben Sie die zwei möglichen Gesamt-Ortswellenfunktionen  $\psi(a, b)$ , die sich aus dieser Bedingung ergeben, als Funktion der Orts-Wellenfunktionen der einzelnen Elektronen  $\psi_1(a)$  bzw.  $\psi_1(b)$  und  $\psi_2(a)$  bzw.  $\psi_2(b)$  an. (4 Punkte)

Die zugehörige Spinfunktionen der einzelnen Elektronen seien mit  $\chi^+$  für "spin-up" ( $m_s = +1/2$ ) und  $\chi^-$  für "spin-down" ( $m_s = -1/2$ ) bezeichnet. Im Folgenden betrachten wir die Kopplung der Spins der beiden Elektronen im Helium-Atom, wobei die jeweiligen Einzel-Elektronen-Spinfunktionen für das erste bzw. zweite Elektron mit  $\chi_1^\pm$  und  $\chi_2^\pm$  bezeichnet werden.

- b) Geben Sie die vier möglichen Gesamt-Spinfunktionen der beiden Elektronen an, die mit der Ununterscheidbarkeit der Elektronen kompatibel sind. Geben Sie für jede Konfiguration den zugehörigen Gesamtspin  $S$  an. Geben Sie an, welche der vier Gesamt-Spinfunktionen symmetrisch und welche anti-symmetrisch sind. (4 Punkte)
- c) Experimentell findet man im Helium-Atom zwei getrennte Termsysteme, zwischen denen keine Übergänge stattfinden. Erklären Sie dies anhand Ihres Ergebnisses aus b). (Tipp: Auswahlregeln) (3 Punkte)
- d) Begründen Sie, warum sich die tiefsten Zustände der beiden getrennten Termsysteme bezüglich ihrer Energie stark unterscheiden. (3 Punkte)
- e) Begründen Sie, in welchem der Teilsysteme Feinstrukturaufspaltung beobachtet werden kann. Überlegen Sie sich dazu, wodurch die Feinstrukturaufspaltung verursacht wird. (3 Punkte)
- f) Um das Helium-Atom im Grundzustand vollständig zu ionisieren ( $He^{2+}$ ) benötigt man insgesamt  $79\text{ eV}$ . Berechnen Sie, wie viel Energie davon für die Abtrennung des ersten Elektrons und wie viel Energie davon für die Abtrennung des zweiten Elektrons benötigt wird. Geben Sie eine kurze Begründung, warum sich diese Werte deutlich unterscheiden. (3 Punkte)