

Klausur Wärmelehre E2/E2p

SoSe 2023 Braun

Name:

Matrikelnummer:

- E2
 E2p (bitte ankreuzen)

Die mit Stern (*) gekennzeichneten Aufgaben sind für E2-Kandidaten vorgesehen - E2p-Kandidaten dürfen diese auch lösen. Hilfsmittel: Taschenrechner. Maximale Punktzahl: 60 (45 für E2p). Note 1.0 für etwa 2/3 der Punkte, Note 4.0 für etwa 1/3 der Punkte. Bearbeitungszeit: 1.5 Stunden.

Falls etwas unklar ist, fragen Sie die Tutoren, nicht den Nachbarn :-)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12*	13*	14*		Summe	Note
1	2	4	2	7	6	5	4	4	6	4	7*	4*	4*		45/60*	

Formelsammlung Thermodynamik

Thermodynamische Potentiale

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

Enthalpie $H = U + pV$

Freie Energie $F = U - TS$

Freie Enthalpie $G = U + pV - TS$

Hauptsätze

1. $dU = \delta Q + \delta W$

2. $dS = \delta Q_{rev}/T$

Gleichverteilungssatz $\bar{E} = \frac{f}{2}kT$

Gasgesetz $pV = NkT$

Gas-Prozesse:

Isotherme: $\Delta U = 0$

Isochore: $\Delta W = 0$

Isobare: $\Delta W = -p(V_2 - V_1)$

Adiabate: $\Delta Q = 0$

$pV^\gamma = \text{const} \quad \gamma = C_p/C_v$

Entropie eines idealen Gases

$$S(U, V, N) = k \ln \Omega$$

$$= Nk[\ln(VU^{3/2}N^{-5/2}) + \text{const}]$$

Konstanten

Boltzmann Konstante $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Avogadro-Zahl $N_A = 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{mol}}$

Gaskonstante $R = 8.32 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$

Umrechnungen

$1 \text{ bar} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$

Carnot-Wirkungsgrad $\eta = \frac{\Delta T}{T}$

Chemisches Potential von idealen Mischungen

Der Lösung:

$$\mu_0^{\text{Misch}}(p, T) = \mu_0^{(0)} - kT N_1/N_0$$

Der gelösten Moleküle:

$$\mu_1^{\text{Misch}}(p, T) = \mu_1^{(0)} + kT \ln(N_1/N_0)$$

Boltzmann-Verteilung
 $P \sim e^{-\frac{E}{kT}}$

Gaskinetische Zusammenhänge

Mittlere freie Weglänge $\lambda = (\sigma n)^{-1}$

Wirkungsquerschnitt $\sigma = \pi d^2$

1. Zustandsgrößen

Nennen Sie die drei paarweise zugeordneten Zustandsgrößen der Thermodynamik und geben Sie deren Einheiten an.

(1 Punkt)

2. Welcher der folgenden Prozesse ist reversibel? Bitte begründen Sie jeweils

- a) Isotherme Expansion
- b) Effusion eines Gases (d.h. Drosselprozess in ein Vakuum)
- c) Wärmeleitung über einen endlichen Temperaturunterschied
- d) Mischung von Gasen durch Herausnahme von Trennwänden

(2 Punkte)

3. *Gemüse kochen wie vor 10.000 Jahren*

Wasser wurde in der Steinzeit durch Zugabe von heißen Steinen aus dem Feuer in Mulden zum Kochen gebracht. Sie machen als Steinzeitphysiker natürlich erst einmal einige Abschätzungen:

- a) Nehmen Sie 5L Wasser bei 20°C [Dichte 1 kg/L Wärmekapazität $C_w=4.2\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, Latente Verdampfungswärme 2.3MJ/kg] und geben Sie 5kg Steine mit 600°C [Wärmekapazität $C_s=0.9\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$] dazu. Wenn alles gut isoliert ist, welchen Endzustand erwarten Sie?
- b) Was passiert, wenn Sie nur 1 kg Steine dazugeben?

(4 Punkte)

4. *Chemisches Potential*

Folgende Phänomene können mit chemischen Potentialen beschrieben werden:

- a) Osmotischer Druck
- b) Siedepunkterhöhung
- c) Nernst-Potential
- d) Dampfdruckerniedrigung

Welche Teilchen werden dabei ausgetauscht und erlauben damit die Gleichsetzung derer chemischen Potentiale? Bitte begründen Sie.

(2 Punkte)

5. Wärmeleitung und Carnot-Prozess

- a) Berechnen Sie die Entropiebilanz bei der spontanen Wärmeleitung einer Wärmemenge Q zwischen einem Wärmebad der Temperatur T_1 zu einem Kältebad der Temperatur T_2 . Begründen Sie damit, weshalb Wärme nur spontan von Warm zu Kalt fließt.
- b) Wie ist die Entropiebilanz, wenn derselbe Wärmefluß eine Carnotmaschine antreibt? Begründen Sie.
- c) Leiten Sie aus der Energie- und Entropiebilanz einer Carnot-Maschine deren Wirkungsgrad her.

(7 Punkte)

6. Vergleich von Gas-Prozessen

Sie verändern das Volumen eines idealen Gases von V_1 auf V_2 entweder isobar, isotherm oder adiabatisch ($V_2 > V_1$). Parametrisieren Sie das Gas mit Freiheitsgraden f , Teilchenzahl N und Temperatur T .

- a) Zeichnen Sie die Druckverläufe in ein p - V Diagramm. Mit welcher Proportionalität hängt der Druck p vom Volumen V ab?
- b) Berechnen Sie die Wärmeaufnahme für die drei Fälle her, ausgehend vom 1. Hauptsatz.
- c) Wie ist das Vorzeichen der Wärmeaufnahme und warum? Welcher Prozess generiert die größte Wärmeaufnahme, welche die kleinste? Begründen Sie die Reihung anschaulich.

(6 Punkte)

7. *Gummiband-Kühlschrank*

- a) Skizzieren Sie, wie ein realer Kühlschrank funktioniert und beschreiben Sie den Kreisprozess im p-V Diagramm
- b) Konstruieren Sie einen Mini-Kühlschrank mit dem Gummiband-Experiment aus der Vorlesung. Wie müssen Sie den Prozess ablaufen lassen?

(5 Punkte)

8. Aufsteigende Luft in der Atmosphäre

Warme Luft steigt in der Atmosphäre als Thermik auf. Durch ihre Größe und die schlechte Wärmeleitung von Luft sind solche Luftpakete gegen die restliche Luft gut thermisch isoliert.

- a) Berechnen Sie zuerst die vertikale Druckverteilung $p(h)$ einer isotherm angenommenen Atmosphäre bei einem Molekulargewicht der Luft von $M=30\text{g/mol}$. Begründen Sie ihre Schritte.
- b) Das warme Luftpaket hat einen Anfangszustand von $p_0=1\text{bar}$, $T_0=25^\circ\text{C}$ bei einer Höhe von $h=0\text{m}$. Berechnen Sie die Temperatur der aufsteigenden Thermikblase in Abhängigkeit von der Höhe h .
- c) Ist das Luftpaket feucht, wird beim Aufsteigen irgendwann eine Wolke auskondensieren. Welche Auswirkung hat dies auf die Temperatur des Luftpakets?

(4 Punkte)

9. Gasexpansion gegen einen Kolben

Ein isoliertes, ideales Gas ist mit einem Kolben vom Vakuum getrennt. Dieser Kolben bewegt sich vom Ausgangsvolumen V_1 zu einem Endvolumen V_2 ($V_2 > V_1$). Parametrisieren Sie das Gas mit f, N, p, V .

- a) Der Kolben sei so schwer, dass seine Trägheit verhindert, dass er sich schneller als die Schallgeschwindigkeit des Gases bewegt. Berechnen Sie die Änderung der Entropie des Gases.
- b) Der Kolben bleibt durch einen Klebstoff in der ausgelenkten Position stehen. Handelt es sich jetzt insgesamt um einen reversiblen Prozess? Begründen Sie.
- c) Der Kolben habe nun eine vernachlässigbar kleine Masse. Berechnen Sie nun die Änderung der Entropie.

(4 Punkte)

10. Wärmekapazitäten von Gasen und Festkörpern

- a) Leiten Sie für ein ideales Gas mit $f=5$ Freiheitsgraden die Wärmekapazität bei konstantem Volumen (C_V) und konstantem Druck (C_P) ab.
- b) Weshalb können Sie bei einer Flüssigkeit in guter Näherung $C_V = C_P$ annehmen? Untermauern Sie ihr Argument mit Zahlen, indem Sie 1kg flüssiges Wasser bei 20°C betrachten [Dichte 1l/kg; $C_V = 4.2\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; Volumenausdehnungskoeffizient $\alpha = \Delta V/(V\cdot\Delta T) = 0.2 \times 10^{-3} \text{ 1/K}$], das sich gegen ein Gas bei 1bar ausdehnt. Berechnen Sie hierzu C_P und vergleichen Sie es mit C_V .
- c) Unter welchen Umständen gilt für Wasser $C_V > C_P$? Warum? **(6 Punkte)**

11. CO₂-neutrale Wärmepumpe für ein Einfamilienhaus

Sie wollen ihr Haus mit einer Wärmepumpe heizen und versuchen darüberhinaus herauszufinden, ob Sie vielleicht mit einer Solaranlage vollends CO₂-neutral werden können.

- a) Die Leistungszahl ε einer Wärmepumpe ist das Verhältnis von der abgegebenen Wärme zur eingesetzten elektrischen Leistung. Skizzieren Sie den Energiefluß von Kalt nach Warm einer Wärmepumpe und leiten Sie daraus her, wie die maximal mögliche Leistungszahl ε im Winter von der kalten Reservoirtemperatur T_R und der Heizungstemperatur T_H abhängt. Geben Sie ε an für:
- i) Pessimistische Auslegung mit alten Heizkörpern $T_H=60^\circ\text{C}$ und einer Luftwärmepumpe $T_R=-10^\circ\text{C}$
 - ii) Optimale Auslegung mit Fußbodenheizung $T_H=40^\circ\text{C}$ und Grundwasserkopplung $T_R=10^\circ\text{C}$.
- Eine reale Wärmepumpe erreicht etwa halb so große Leistungszahlen $\varepsilon_{\text{real}}=\varepsilon/2$. Geben Sie diese an.
- b) Wir betrachten ein schlecht gedämmtes Einfamilienhaus, welches im Jahr eine Heizwärme von $Q=20.000$ kWh benötigt. Wir rechnen pessimistisch und nehmen an, diese Wärmemenge muß in 4 Wintermonaten zugeführt werden. Eine Solaranlage kann bei entsprechender Ausrichtung recht gleichmäßig über das Jahr summiert 200 kWh/m² elektrischen Strom ernten. Berechnen Sie für beide Szenarien i) und ii) die Kantenlänge einer quadratischen Solaranlage, welche die reale Wärmepumpe in den 4 Wintermonaten elektrisch antreiben kann.
- c) Wieviele km können Sie mit dieser Solaranlage in beiden Szenarien in den restlichen 8 Monaten mit einem Elektroauto fahren, wenn dieses 20 kWh/100km verbraucht? **(4 Punkte)**

(*) 12. Gasmischung

Zwei Volumina V_1 und V_2 eines einatomigen idealen Gases enthalten je N Atome bei gleichem Druck p_0 , aber bei verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 . Nach dem arbeitsfreien Entfernen einer Trennwand zwischen beiden Gasen vermischen sich diese.

- a) Berechnen Sie die Mischungstemperatur und den Enddruck.
- b) Leiten Sie aus der Formelsammlung die Relation $S = kN[2.5 \ln T - \ln p + \text{const}]$ her.
- c) Berechnen Sie die Entropieänderung des Mischvorgangs.

(7 Punkte)

(*) 13. Kinetische Gastheorie

Betrachten Sie ein ideales Gas der Temperatur 20°C , einem Druck von 1bar und einem Moleküldurchmesser von $d=0.2\text{nm}$.

- a) Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge.
- b) Mit welcher Frequenz treffen sich die Moleküle im Mittel?
- c) Weshalb leitet Helium die Wärme besser als Luft?

(4 Punkte)

(*) 14. Osmotischer Druck

Leiten Sie den Ausdruck für den osmotischen Druck mit der Hilfe chemischer Potentiale her. Sie benötigen die Relation $G=\mu N$ und $\partial G / \partial p = V$ zur Lösung.

(4 Punkte)