

# Übungsblatt TD 3

## E2/E2p Thermodynamik, Prof. Braun, SoSe 2023

### Spezifische Wärme und Prozesse

#### Mündliche Aufwärmfragen

Was ist eine latente Wärme? Warum ist  $C_p$  größer als  $C_v$ ? Was ist die Adiabaten-Gleichung? Was versteht man unter dem Boltzmann-Faktor? Skizzieren Sie die Temperaturabhängigkeit der Wärmekapazität eines zweiatomigen Gases? Zeichnen Sie im p-V-Diagramm den Verlauf einer Isobaren, Isochoren, Isothermen und Adiabaten?

#### Aufgaben zum Vorrechnen

- (leicht) Wir kochen Spaghetti. Die Wärmekapazität von Spaghetti ist etwa  $1.8 \text{ J}/(\text{gK})$  und ihre Temperatur  $20^\circ\text{C}$ . Wenn man  $500\text{g}$  Spaghetti in  $2.5$  liter kochendes Wasser ( $4.2 \text{ J}/\text{gK}$ ) gibt, um wieviel kühlt sich das Wasser ab, bevor der Herd wieder weitere Wärme zuführt?
- Freiheitsgrade (leicht)
  - Berechnen Sie den Adiabatenkoeffizienten  $\gamma$  für ein ideales Gas ohne und mit 2 Rotationsfreiheitsgraden.
  - Für ein Gas wurde experimentell ein Adiabatenkoeffizient von  $\gamma=1.333$  bestimmt. Geben Sie die Zahl der Freiheitsgrade an.
- (mittel) Warum sollte man  $C_p$  eigentlich Enthalpie-Kapazität nennen? Zeigen Sie, daß für ein ideales Gas gilt:

$$nC_p = \frac{\partial H}{\partial T}$$

(bei festgehaltenem Druck; Enthalpie  $H=U+pV$ )

- (mittel-knifflig) Wenn Sie eine Klimaanlage als inverse Carnot-Maschine annehmen, können Sie dann herleiten, warum die laufenden Energiekosten quadratisch mit dem Temperaturunterschied von gekühltem Inneren und warmen Äußeren ansteigt? Nehmen Sie dazu an, dass die Klimaanlage gegen die Wärmeleitung arbeiten muß - nehmen Sie für die Wärmeleitung das Fourier'sche Gesetz der Wärmeleitung an.
- (mittel) Zeigen Sie für den Carnotprozess in der Vorlesung, daß gilt:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Tip: Stellen Sie die p-V-Relationen der vier Prozesse auf und eliminieren Sie die Drücke.

6. (mittel) Eine effiziente Art, nur elektrische Energie aus fossilen Energieträgern zu erhalten sind kombinierte Gas- und Dampfturbinenkraftwerke ([de.wikipedia.org/wiki/Gas-und-Dampf-Kombikraftwerk](http://de.wikipedia.org/wiki/Gas-und-Dampf-Kombikraftwerk)). Hierbei werden die Abgase einer sehr heiß betriebenen Gasturbine durch einen Dampfkreislauf nachgekühlt.
- Leiten Sie einen Ausdruck für den Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{GD}$  der elektrischen Leistung her, wenn Sie die Wirkungsgrade der Gasturbine  $\eta_G$  und der Dampfturbine  $\eta_D$  wissen. Machen Sie am besten ein kleines Energieflußdiagramm.
  - Mit typischen Werten  $\eta_G=35\%$  und  $\eta_D=45\%$ , welchen Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{GD}$  können Sie erwarten? Vergleichen Sie mit dem Carnot-Wirkungsgrad bei typischen Prozesstemperaturen von  $1300^\circ\text{C}$ ,  $600^\circ\text{C}$  und  $20^\circ\text{C}$  und mit dem Carnot-Wirkungsgrad einer direkten Umsetzung von  $1300^\circ\text{C}$  auf  $20^\circ\text{C}$ .
7. (knifflig, für Kreisprozessfans - Lösung von Prof. Stierstadt wird online gestellt.)  
Hauptidealisierung im Carnot-Prozess ist die im Prinzip unendliche dauernde Wärmeaufnahme und -abgabe im Isothermen Prozess, weil kein Temperaturunterschied zwischen dem Arbeitsgas und den Wärmebädern angenommen wird. Wenn wir einen Temperaturunterschied annehmen, erhalten wir mit  $T_W$  die Temperatur des warmen Reservoirs in Kontakt mit der etwas kühleren Temperatur  $T_{W'}$  des Arbeitsgases, analog  $T_K$  und etwas wärmer  $T_{K'}$  bei der isothermen Kontraktion.
- Nehmen Sie das Fourier'sche Gesetz der Wärmeleitung an, z.B. für den warmen isothermen Prozessast mit  $\Delta Q_W / (A_W \Delta t_W) = \lambda_W (T_W - T_{W'})$  mit Kontaktfläche  $A_W$ , Wärmeleitkoeffizient  $\lambda_W$  und Wärmemenge  $\Delta Q_W$  und Kontaktzeit  $\Delta t_W$ . Des weiteren sei die Dauer der adiabatischen Subprozesse vernachlässigbar und die Zeiten der beiden isothermen Schritte gleich groß. Mit der Näherung  $K = A_W \lambda_W = A_K \lambda_K$  können Sie die abgegebene Leistung direkt als Funktion von  $\Delta Q_W$ ,  $\Delta Q_K$ ,  $T_W$ ,  $T_{W'}$  darstellen.
  - Die Wärmen  $\Delta Q_W$ ,  $\Delta Q_K$  können Sie mit einem entropischen Argument eliminieren, weil die Gesamtentropie der Maschine selbst innerhalb eines Zyklus konstant bleiben muß. Damit erhalten Sie die Leistung der Maschine als Funktion von  $T_W$ ,  $T_{W'}$ ,  $T_{K'}$ .
  - Wir sind daran interessiert, die Leistung bei konstantem  $T_K$  und  $T_W$  zu maximieren. Hierzu müssen Sie im Leistungsausdruck  $T_{K'}$  durch  $T_K$  und den anderen Temperaturen ausdrücken und das Extrema durch Ableiten nach  $T_{W'}$  suchen. Nach Lösen einer quadratischen Gleichung sollten Sie  $P_{\max} = (K/4)(\sqrt{T_W} - \sqrt{T_K})^2$  erhalten.
  - Zeigen Sie, daß in diesem Fall der maximalen Leistung die Effizienz gegeben ist mit

$$\eta = 1 - \sqrt{\frac{T_K}{T_W}}$$

Welchen Wirkungsgrad erwarten Sie für  $T_K=20^\circ\text{C}$  und  $T_W=600^\circ\text{C}$  (siehe  $\eta_D$  der obigen Aufgabe). Vergleichen Sie mit dem Carnot-Wirkungsgrad. (Nota bene: wenn Rohstoffkosten höher als die Kraftwerkkosten sind, wird das Kraftwerk nicht bei optimaler Leistung, sondern tendenziell bei höherer Effizienz gefahren werden.)