

Thermische Eigenschaften von Kupfer

(20 Punkte)

- a) Das Kristallgitter von Kupfer ist kubisch flächenzentriert (fcc) mit einer einatomigen Basis. Die Gitterkonstante beträgt $a_0 = 361,7 \text{ pm}$. Bestimmen Sie anhand dieser Angaben die Konzentration n der freien Ladungsträger, die Länge des Fermi-Wellenvektors k_F , die Fermi-Energie E_F in eV und die zugehörige Fermi-Temperatur T_F . Verwenden Sie hierzu das Modell des freien Elektrons m_e . Nehmen Sie hierbei an, dass jedes Atom ein Elektron in das Leitungsband abgibt. (6 Punkte)

- b) Zeigen Sie rechnerisch, dass für die elektronische Zustandsdichte $D_{el}(E)$ freier Elektronen in drei Dimensionen gilt: $D_{el}(E) \propto \sqrt{E}$. (3 Punkte)

- c) Die Besetzungswahrscheinlichkeit der elektronischen Zustände ergibt sich durch die Fermi-Verteilungsfunktion

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(k_B T)} + 1}$$

mit dem Fermi-Niveau E_F , wobei gilt: $f(E_F) = \frac{1}{2}$.

Skizzieren Sie diese Funktion im Energiebereich um $E = E_F$

i) für $T = 0$ und

- ii) für $T > 0$ mit $k_B T \ll E_F$. Zeigen Sie, dass hierbei gilt $f(E_F + \delta E) = 1 - f(E_F - \delta E)$ falls $\delta E \ll k_B T$. (3 Punkte)

- d) Die spezifische Wärme $c_{V,el}$ eines freien Elektronengases mit der Konzentration n beträgt näherungsweise $c_{V,el} \approx n \cdot k_B \cdot \frac{T}{T_F}$. Begründen Sie diese Proportionalität zur T . Bestimmen Sie außerdem für Kupfer bei $T = 300 \text{ K}$ in dieser Näherung das Verhältnis $c_{v,el}$ zum klassischen Ergebnis eines (Elektronen)gases (Dulong-Petit). Falls Sie in Teilaufgabe a) die Fermi-Temperatur T_F nicht bestimmt haben, benutzen Sie die Ersatzlösung $T_F = 7,80 \cdot 10^4 \text{ K}$. (3 Punkte)

- e) Die Wärmeleitfähigkeit des Kristallgitters lässt sich durch die Wärmeleitzahl

$$K_B = \frac{1}{3} \cdot c_{V,ph} \cdot \nu_{ph} \cdot l_{ph}$$

beschreiben, mit ν_{ph} = Phononengeschwindigkeit und l_{ph} = freie Weglänge der Phononen. Eine Begrenzung für l_{ph} bilden Umklapp-Prozesse. Erklären Sie diesen Begriff und begründen Sie, warum dieses Prozesse mit steigender Temperatur zunehmen und es somit zu einer Abnahme der Wärmeleitfähigkeit des Gitters kommt. (5 Punkte)