

**Bandstruktur und freies Elektronen-Gas in Lithium**

- a) Zeigen Sie anhand der gezeigten Bandstruktur von Lithium, dass die effektive Elektronenmasse im energetisch niedrigsten Band  $\Gamma_1$  näherungsweise durch die freie Elektronenmasse  $m$  gegeben ist. Erläutern Sie den physikalischen Grund hierfür.

**5 Punkte**

- b) Begründen Sie, dass für die elektronische Zustandsdichte  $Z(k)$  eines dreidimensionalen Gases freier Elektronen im  $k$ -Raum gilt:

$$Z(k) = V/(4\pi^3)$$

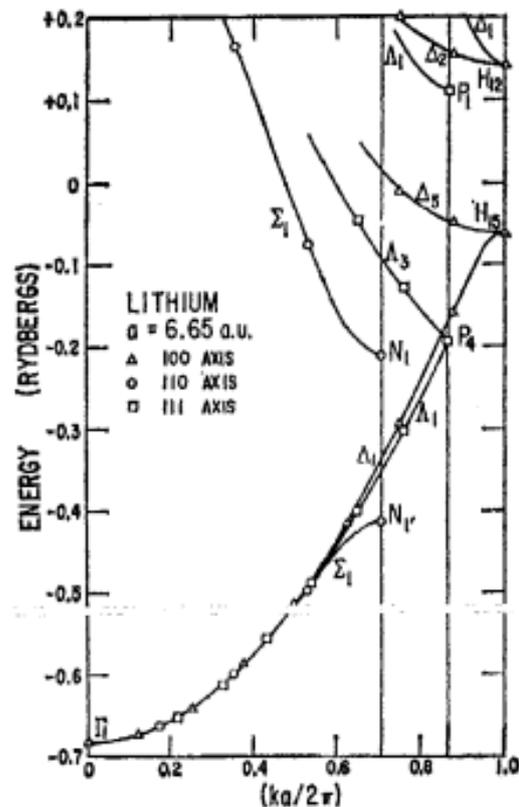
.  $V$  bezeichnet dabei das Volumen des Materials.

**2 Punkte**

- c) Zeigen Sie damit, dass für die Zustandsdichte im Energieraum gilt:

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right) \sqrt{E}$$

**5 Punkte**



Quelle: F.S. Ham, Physical Review 128, 82 (1962)  
 Hinweise zur Umrechnung von Einheiten:  
 1 Rydberg = 13,605 eV; Die Gitterkonstante ist in a.u. (atomic units) angegeben, d.h. in Vielfachen des Bohr-Radius  $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{m}$ .

- d) Nehmen Sie an, dass im Kristallgitter von Lithium jedes Atom genau ein Elektron an das Leitungsband abgibt. Berechnen Sie damit die Elektronendichte  $n$  sowie die Fermienergie  $E_F$ .

*Hinweis:* Die Dichte von Lithium beträgt  $\rho_{Li} = 0,534 \text{ g cm}^{-3}$ , die Atommasse  $M_{Li} = 6,94 \text{ u}$ .

**4 Punkte**

- e) Nach dem Drude-Modell kann die dielektrische Funktion ungebundener Elektronen in einem Metall dargestellt werden als

$$g(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Diskutieren Sie anhand dieser Funktion die charakteristischen optischen Eigenschaften des freien Elektronengases unterhalb und oberhalb der Plasmafrequenz  $\omega_p$ . Skizzieren Sie hierzu die Reflektivität der Metalloberfläche als Funktion der Kreisfrequenz  $\omega$ . Geben Sie an, in welchem Spektralbereich die Plasmafrequenz in typischen Metallen liegt.

**4 Punkte**