

Kernmassen und β -Zerfall

Im Jahr 1935 stellte C.F.v. Weizsäcker eine phänomenologische Formel zur Beschreibung der Kernmassen auf, welche empirische Zusammenhänge bei der Beobachtung von Isotopen wiedergibt. Danach ist die Masse M eines Kerns der Massenzahl A und Ladungszahl Z :

$$M(A, Z) = N \cdot M_n + Z \cdot M_p - a_1 \cdot A + a_2 \cdot A^{2/3} + a_3 \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4 \cdot \frac{(N - Z)^2}{4A} - \frac{a_5}{\sqrt{A}}$$

mit

$$a_1 = 15,9 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_2 = 18,3 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_3 = 0,67 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_4 = 92,9 \text{ MeV}/c^2$$

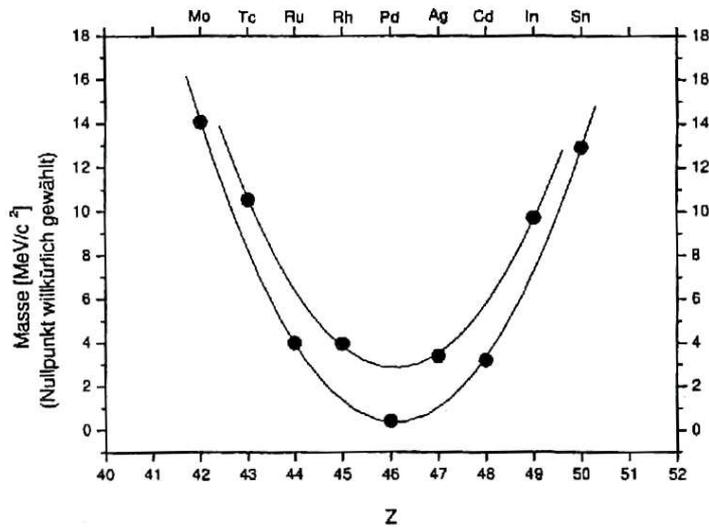
und

$$a_5 = \begin{cases} +11,5 \text{ MeV}/c^2 & \text{für gg-Kerne} \\ 0 \text{ MeV}/c^2 & \text{für ug-, gu-Kerne} \\ -11,5 \text{ MeV}/c^2 & \text{für uu-Kerne} \end{cases}$$

Weiter ist $N = A - Z$, M_n die Neutronenmasse, M_p die Protonenmasse.

- a) Geben Sie an, welche Terme die Bindungsenergie E_B repräsentieren. Skizzieren Sie den Verlauf der Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit von der Massenzahl A . **(2 Punkte)**
- b) Erläutern Sie die physikalische Bedeutung der letzten fünf Terme in der angegebenen Massenformel. Sind die jeweiligen Beiträge attraktiv oder repulsiv? Begründen Sie jeweils die Abhängigkeit von der Massenzahl A sowie der Kernladungszahl Z . **(5 Punkte)**
- c) Geben Sie eine Formel zur Berechnung des stabilsten Isobars zu einem gegebenen A an, indem Sie die Bindungsenergie je Nukleon nach Z ableiten und so das Extremum von E_B/A in Abhängigkeit von Z bestimmen. Hierbei nehmen Sie vereinfachend a_5 als konstant an. **(3 Punkte)**
- d) Für $Z = 22$ wird die Bindungsenergie für $A = 48$ maximal. Belegen Sie dies, indem Sie für $Z = 21, 22$ und 23 die Werte von E_B/A mithilfe der Bethe-Weizsäcker-Formel berechnen. **(1 Punkt)**
- e) Tatsächlich ist auch das Nuklid ${}_{20}^{48}\text{Ca}$ stabil, nicht jedoch ${}_{21}^{48}\text{Sc}$. Erklären Sie dieses von der Weizsäcker-Formel abweichende Verhalten. **(2 Punkte)**

- f) In der untenstehenden Abbildung sehen Sie die Bindungsenergie in Abhängigkeit von Z für Isobare mit der Massenzahl $A = 106$. Dabei wurde der Nullpunkt auf der Massenskala willkürlich gewählt. Erläutern Sie den Unterschied zwischen den beiden Kurven. Welche der eingezeichneten Kerne sind stabil? **(3 Punkte)**



- g) Was versteht man unter einem β^+ -Zerfall? Wann ist dieser energetisch möglich? **(2 Punkte)**
- h) Beschreiben Sie den β^+ - und β^- -Zerfall im Rahmen des Quarkmodells. **(2 Punkte)**