



## Übungsblatt 09

Ausgabe: Dienstag, 30.06.20; Besprechung: Montag, 06.07.20

### Aufgabe 1 Drosselung I

Ein Gas habe folgende Zustandsgleichungen

$$P = \frac{E}{V} \quad \text{und} \quad T = 3B \left( \frac{E^2}{NV} \right)^{1/3}, \quad (1)$$

wobei  $B$  eine positive Konstante sei. Das System erfülle den dritten Hauptsatz, sodass  $S \rightarrow 0$  wenn  $T \rightarrow 0$ . Anfangs sei das Gas bei Temperatur  $T_i$  und Druck  $P_i$ , und wird dann durch eine poröse Membran gedrückt. Die Expansion laufe wie der Joule-Thomson Prozess ab, also isenthalp. Berechnen Sie die finale Temperatur  $T_f$ , abhängig vom Druck  $P_f$ .

### Aufgabe 2 Drosselung von $\text{CO}_2$

Zeigen Sie, dass die molare Enthalpie  $h$  eines van der Waals Gases ausgedrückt werden kann als,

$$h = -\frac{2a}{v} + RT \left( \xi + \frac{v}{v-b} \right). \quad (2)$$

Nun werde ein solches Gas durch eine poröse Membran gedrückt, sodass es sich von  $v_i$  zu  $v_f$  ausdehnt. Berechnen Sie die finale Temperatur  $T_f$  abhängig von  $T_i$ .

Berechnen Sie damit den Temperaturunterschied für  $\text{CO}_2$ . Dabei sei die mittlere Temperatur  $0^\circ\text{C}$ , der mittlere Druck  $10^7 \text{ Pa}$  und der Druckunterschied  $10^6 \text{ Pa}$ . Die Wärmekapazität  $c_P$  von  $\text{CO}_2$  für diesen Druck- und Temperaturbereich sei  $29.5 \text{ J/mol K}$ . Berechnen Sie nur in erster Ordnung von  $b/v$  und  $a/RTv$ .

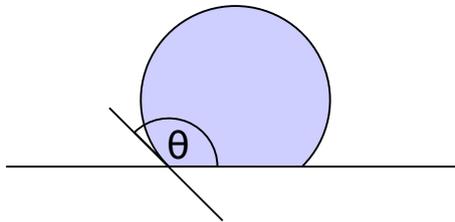
Verwenden Sie als vdW Konstanten  $a_{\text{CO}_2} = 0.401 \text{ Pa m}^6$  und  $b_{\text{CO}_2} = 42.7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

### Aufgabe 3 Grenzflächenspannung

Thermodynamische Eigenschaften von Grenzflächen zwischen zwei Phasen werden durch die Grenzflächenspannung  $\sigma$  beschrieben. Diese ist definiert durch die Arbeit  $dW = \sigma dA$ , welche benötigt wird um die Grenzfläche um  $dA$  zu vergrößern.

- (a) Zeigen Sie, dass der Druck innerhalb eines sphärischen Wassertropfens mit Radius  $R$  um  $2\sigma/R$  größer ist als der Druck außerhalb des Wassertropfens. Betrachten Sie dazu die Arbeit, welche gegen die Grenzflächenspannung bei einer infinitesimalen Änderung des Radius verrichtet wird.
- (b) Ein kugelförmiger Wassertropfen kondensiert auf einer festen Oberfläche. Dabei spielen drei verschiedene Grenzflächenspannungen eine Rolle:  $\sigma_{aw}$ ,  $\sigma_{sw}$ ,  $\sigma_{sa}$ . Hierbei stehen  $a$ ,  $s$  und  $w$  jeweils für Luft, die feste Oberfläche und Wasser. Berechnen Sie den Kontaktwinkel  $\theta$  zwischen der Oberfläche und dem Wassertropfen.

Finden Sie damit die Bedingung für das Auftreten eines Flüssigkeitsfilms.



### Aufgabe 4 Kapillareffekt

Verwenden Sie unser Ergebnis aus 3 (a), die Laplacegleichung,

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r}, \quad (3)$$

um die Steighöhe  $h$  einer Flüssigkeit in einem dünnen Rohr von Radius  $r_0$  zu berechnen. Beachten Sie dafür, dass „innen“ immer innerhalb des Kugelsegments ist.

*Hinweis:* Die genaue Definition von  $h$  an der Kugelfläche, sowie die Volumenänderung des Reservoirs spielen hier keine Rolle. Ihr Ergebnis sollte von  $\sigma$  und  $\theta$  abhängen.

