

PN2 – Übung

26.06.2020

Aufgabe 1

Fahrradgenerator. Sie haben ein neues Fahrrad, dessen Lampe mit einem Fahrraddynamo (Generator) betrieben werden kann. In dem Generator befindet sich eine drehbare Spule mit 115 Windungen und einer Fläche von $A = 9\text{ cm}^2$ und ein fester Magnet, der in der Spule ein konstantes Magnetfeld von $0,05\text{ T}$ erzeugt. Der Dynamo wird über das Gummirad auf der Fahrradfelge angetrieben. Die Felge hat einen Durchmesser von 28 Zoll und das Gummirad Radius $r = 1\text{ cm}$. Der Reifendurchmesser entspricht dabei genau dem Felgendurchmesser.

a) Mit welcher Frequenz dreht sich die Spule, wenn Sie genau 20 km/h schnell fahren?

- a) Die Felge und das Gummirad können als Kreise angenähert werden, die Kontakt zueinander haben und sich drehen.

Dabei gilt, dass die Tangentialgeschwindigkeit von beiden Kreisen gleich ist. Die Tangentialgeschwindigkeit entspricht also eben der Geschwindigkeit, mit der das Fahrrad gefahren wird.



$$\longrightarrow v = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_R$$

Für den Reifenradius gilt:

$$r_R = 14 \text{ Zoll} = 35.56 \text{ cm}$$

Damit gilt für die Geschwindigkeit v_R

$$v_R = \omega \cdot r_R = \frac{2\pi}{t} \cdot r_R = 2\pi \cdot r_R \cdot f_R$$

$$\longrightarrow f_R = 2.48 \text{ Hz}$$

Man muss nun aber beachten, dass die Frequenzen der Felge und des Gummirads indirekt proportional zueinander skalieren - dabei gilt:

$$f_S = \frac{r_R}{r_G} \cdot f_R = \frac{35,56 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \cdot 2,48 \text{ Hz} = \underline{\underline{88,18 \text{ Hz}}}$$

b) Wie groß ist dabei die effektive Induktionsspannung? (Hinweise: Für die effektive Spannung gilt wie in der Vorlesung besprochen: $U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$. Die Fläche der Spule, die zur Zeit t orthogonal auf den Magnetfeldlinien steht, ist gegeben durch $A(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t)$.)

b) Für die induzierte Spannung gilt nach dem Induktionsgesetz in differentieller Form:

$$U_{ind} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_{ind} = -N \cdot \frac{d}{dt}(B \cdot A \cdot \sin(\omega t))$$

$$U_{ind} = -N \cdot B \cdot A \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = -U_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$\rightarrow U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{N \cdot B \cdot A \cdot \omega}{\sqrt{2}} = \frac{115 \cdot 0.05 \text{ T} \cdot 9 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot 88.18 \text{ Hz}}{\sqrt{2}} = 2.0 \text{ V}$$

c) Welche mittlere Leistung verbraucht die Lampe, wenn sie einen Innenwiderstand von 0.8Ω hat?

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = 2.5 \text{ A}$$

$$\langle P_{Lampe} \rangle = U_{eff} \cdot I_{eff} = 5 \text{ W}$$

d) Jetzt fahren Sie 5 min mit einer Geschwindigkeit von 20 km/h auf einen 100 m hohen Hügel hinauf. Dabei liegt das Gesamtgewicht (also Mensch, Fahrrad, Gepäck) bei 100 kg. Wie viel Prozent der Gesamtleistung wird durch die Lampe dabei verbraucht? (Hinweis: Vernachlässigen Sie Reibung und berechnen Sie die Höhenenergie!)

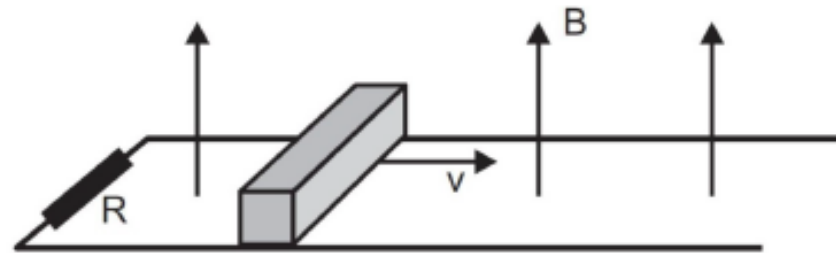
$$E_h = m \cdot g \cdot h = 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m s}^{-2} \cdot 100 \text{ m} = 98\,100 \text{ J}$$

$$P_{F_{ges}} = \frac{E_h}{t} = \frac{98\,100 \text{ J}}{300 \text{ s}} = 327 \text{ W}$$

$$P_{ges} = P_{F_{ges}} + P_{Lampe} = 332 \text{ W} \rightarrow P_{Lampe,relativ} = \frac{5 \text{ W}}{332 \text{ W}} \cdot 100 = 1.5 \%$$

Aufgabe 2

Induktion. Ein leitfähiger Block wird reibungsfrei entlang zweier paralleler, leitfähiger Schienen mit konstanter Geschwindigkeit v gezogen. Die Schienen haben einen Abstand von l und sind an einem Ende über den Widerstand R verbunden. Sie können im Folgenden annehmen, dass alle Widerstände (außer R) vernachlässigbar sind. Die gesamte Anordnung befindet sich in einem homogenen Magnetfeld B , welches senkrecht nach oben zeigt.



a) Leiten Sie einen Ausdruck für den magnetischen Fluss durch die Leiterschleife, die durch die Schienen, den Widerstand und den Leiterblock aufgespannt wird, in Abhängigkeit von der Zeit t her.

a) Der magnetische Fluss Φ ist gegeben als:

$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{A}$$

Da es sich um ein homogenes Magnetfeld \vec{B} handelt und das Magnetfeld senkrecht zur Fläche die von Leiterschleife und Block aufgespannt wird liegt vereinfacht sich die Berechnung des Flusses $\Phi = B \cdot A$. Die aufgespannte Fläche ist $A(t) = l \cdot v \cdot t$. Daher:

$$\Phi(t) = B \cdot A(t) = Blvt$$

b) Wie groß ist die induzierte Spannung, die am Widerstand R abfällt?

b) Die induzierte Spannung, die am Widerstand R abfällt ergibt sich nach dem Induktionsgesetz:

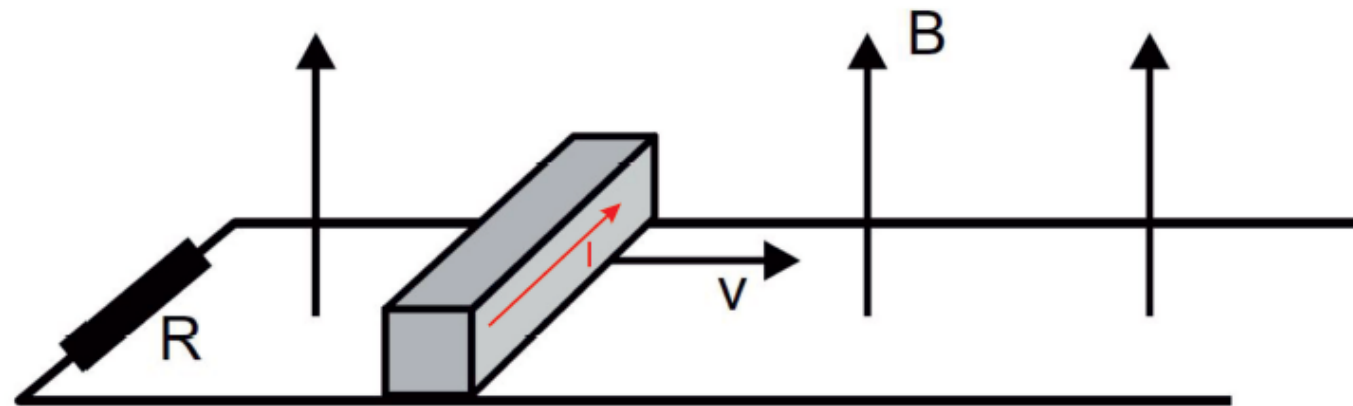
$$U_{ind} = \frac{d\Phi}{dt} = Blv$$

c) Wie groß ist der Strom, der durch den Widerstand fließt? In welche Richtung fließt der Strom? Zeichnen Sie die Stromrichtung in die Abbildung ein oder fertigen Sie eine neue Skizze an!

c) Durch den Widerstand fließt nach dem Ohmschen Gesetz ein Strom von:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Die Elektronen im Leiter fließen aufgrund der linken Handregel in folgende Richtung:



d) Welche Kraft wirkt der Bewegung dem Block entgegen und wie groß ist diese Kraft?

d) Der Bewegung wirkt die Lorentzkraft entgegen. Der induzierte Strom im Block entspricht einer Bewegung von Elektronen in einem Magnetfeld. Daher ergibt sich $q \cdot \vec{v} = l \cdot \vec{I}$ und

$$F_{Lorentz} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

und da das Feld homogen und der Strom senkrecht zum Magnetfeld steht gilt:

$$F_{Lorentz} = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Dies bestätigt auch die Lenzsche Regel, welche besagt, dass die induzierte Spannung Ihrer Ursache entgegen wirkt.

Aufgabe 3

Stromübertragung. Die in einem Offshore-Windpark in der Nordsee (40 Windräder mit jeweils 5 MW Leistung) hergestellte Energie soll über eine 1000 km lange Kupferleitung (Durchmesser 2 cm) nach München übertragen werden.

- a) Berechnen Sie die Verlustleistung, wenn Sie als Übertragungsspannung 400 kV wählen und setzen Sie diese in Relation zur hergestellten Energie.

a) Berechnen Sie die Verlustleistung, wenn Sie als Übertragungsspannung 400 kV wählen und setzen Sie diese in Relation zur hergestellten Energie.

Es gilt:

$$\begin{aligned}R_{Kabel} &= \rho \frac{l}{A} \\ &= 57.29 \Omega \\ I &= \frac{P}{U}\end{aligned}$$

Wird die Formel für die Verlustspannung angewendet folgt daraus:

$$\begin{aligned}P_v &= I^2 \cdot R \\ &= \left(\frac{P}{U}\right)^2 \cdot R \\ &= 14.25 \text{ MW} \quad (\text{für } 57 \Omega)\end{aligned}$$

Dies entspricht einem Leistungsverlust von 7.1% !

b) Wie groß wäre die Verlustleistung ohne Transformation? (Nehmen Sie an, das Windrad erzeugt eine effektive Spannung von 1 kV)

b) Wird dieser Ansatz nun mit 1 kV berechnet folgt eine Verlustleistung von $2.3 \cdot 10^6$ MW was 1146000 % der eingegebenen Leistung entspricht.
Wenn mit 40 kV gerechnet wurde (Reihenschaltung der Stromquellen) folgt ein Verluststrom von 1433 MW oder 716 %.