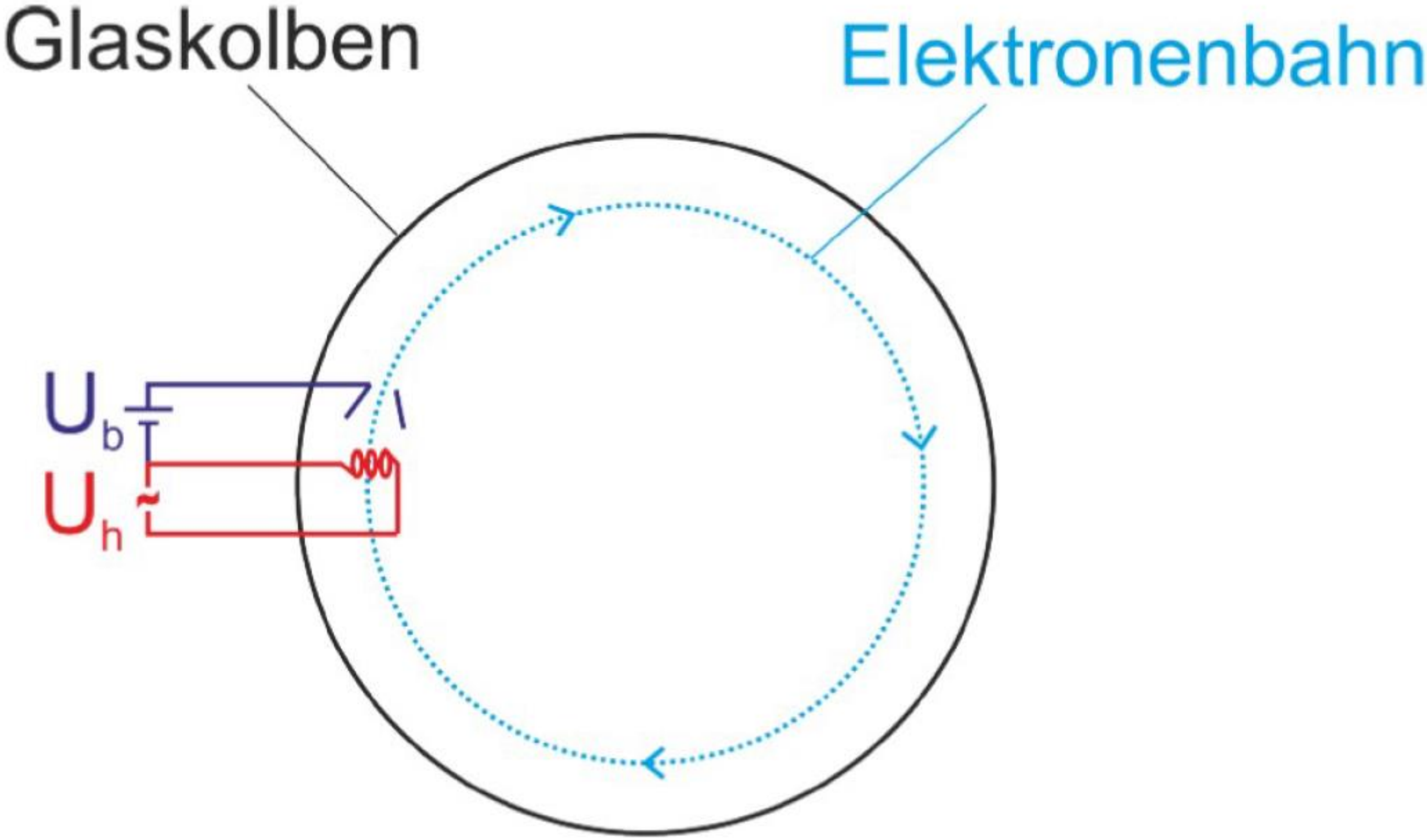
PN2 – Übung

19.06.2020

Aufgabe 1

Fadenstrahlrohr. In einem Glaskolben befindet sich Wasserstoffgas im Unterdruck (siehe Skizze). Mit Hilfe einer Heizspannung U_h wird eine Spule erhitzt um Elektronen zu erzeugen. Durch die Spannung U_b werden die Elektronen von der Glühspule zur durchbohrten Anode hin beschleunigt und treten nach dem Verlassen durch das Loch der Anode in einen Raum, der von einem homogenen Magnetfeld durchsetzt ist. Die Elektronen werden abgelenkt, und es ergibt sich eine Kreisbahn. Da ein Teil der Elektronen mit den Wasserstoffatomen zusammenstößt und sie damit zum Leuchten anregt, ist die Elektronenbahn indirekt sichtbar.


Glaskolben
Elektronenbahn
U_b
U_h ~

a) In welche Richtung muss das Magnetfeld zeigen, damit sich die Elektronen in die Richtung wie in der Skizze bewegen?

Lösung

a) Mit der UVW-Regel der linken Hand ($\Rightarrow$ Elektronen!) kann man zeigen, dass das homogene Magnetfeld in die Zeichenebene hinein gehen muss.
Ursache (Daumen): Geschwindigkeitssrichtung der Elektronen. Vermittlung (Zeigefinger): Richtung des Magnetfeldes. Wirkung (Mittelfinger): Lorentzkraft auf das Elektron.
Hinweis zur Kreisbewegung: Auf die zunächst nach oben laufenden Elektronen wirkt eine nach rechts wirkende Lorentzkraft. Diese Kraft führt zu einer Rechtsablenkung der Elektronen. Damit ändert sich der Geschwindigkeitsvektor, er zeigt nun nicht mehr direkt nach oben, sondern nach rechts oben. Als Folge davon ergibt sich eine Lorentzkraft die nicht mehr direkt nach rechts zeigt, sondern nach rechts unten. Führt man diese Überlegung immer weiter, so entsteht eine Kreisbahn.

b) Erhöht sich die Geschwindigkeit der Elektronen durch die Ablenkung der Lorentzkraft?

b) Die Lorentzkraft erhöht die Geschwindigkeit der Elektronen nicht, sie führt nur zu einer Ablenkung der Teilchen. Die kinetische Energie der Elektronen würde zunehmen, wenn an ihnen Arbeit verrichtet werden würde. Eine Kraft verrichtet jedoch nur Arbeit, wenn sie eine Komponente in Wegrichtung besitzt. Dies ist bei einer Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung (Lorentzkraft) aber nicht der Fall. Für die Lorentzkraft gilt:

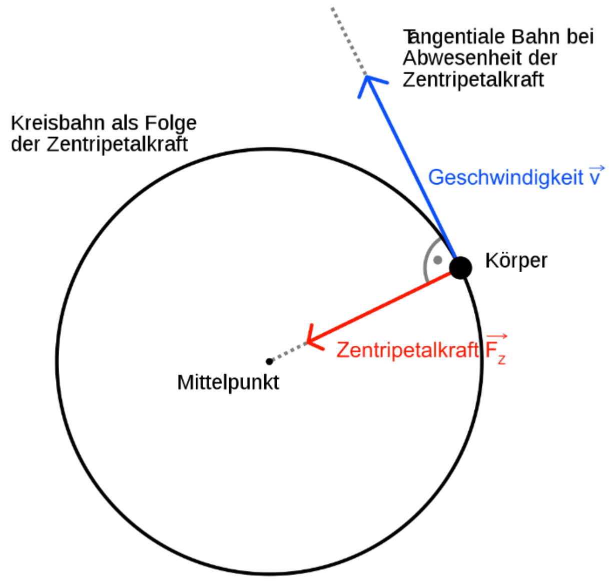
$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_L \perp \vec{v}$$

c) Leiten Sie eine Formel her, mit der es möglich ist, die spezifische Ladung der Elektronen (e/m) zu berechnen. Hinweis: Stellen Sie zunächst ein Kräftegleichgewicht für die Elektronen auf. Welche Kräfte wirken hier?

c) Es gilt im Fadenstrahlrohr die Kraftbeziehung Lorentzkraft = Zentripetalkraft (→ PN1!)

$$|\vec{F_L}| = |\vec{F_Z}|$$
$$evB = m\frac{v^2}{r}$$

Erinnerung: $a_Z = \omega \cdot v = \frac{v^2}{r}$



Es gilt außerdem: elektrische Feldarbeit = kinetische Energie…

$$E_{el} = E_{kin}$$
$$eU_b = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Longrightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_b}{m}}$$

Setzt man beide Gleichungen ineinander ein, folgt:

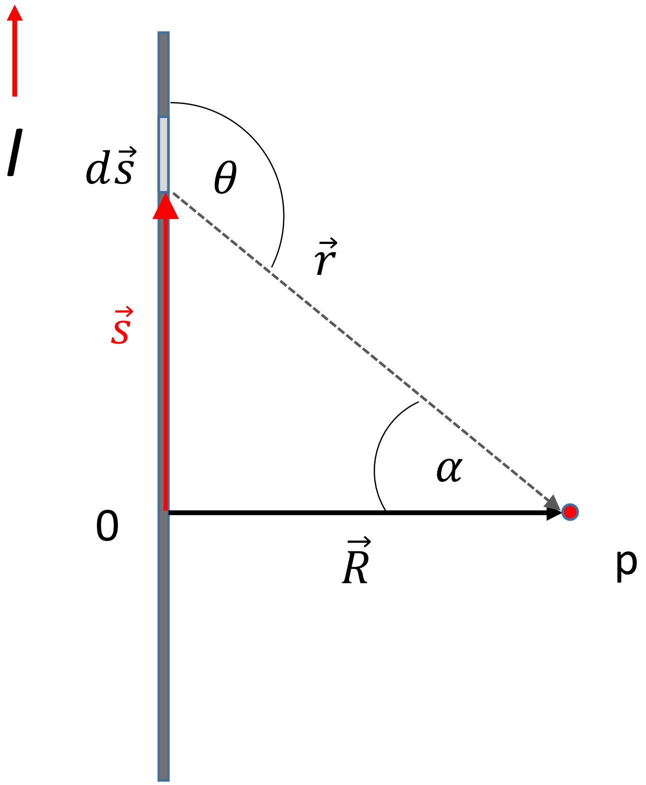
$$\frac{e}{m} = \frac{2U_b}{r^2 B^2}$$

Aufgabe 2

Amperesches Gesetz und Magentische Feldlinien.

a) Ein gerader Draht wird von einem Strom I durchflossen. Berechnen Sie das magnetische Feld $B(r)$ in Abhängigkeit vom Abstand r des Leiters und zeichnen Sie ein Bild der Feldlinien um den Leiter.

Biot-Savard Gesetz



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

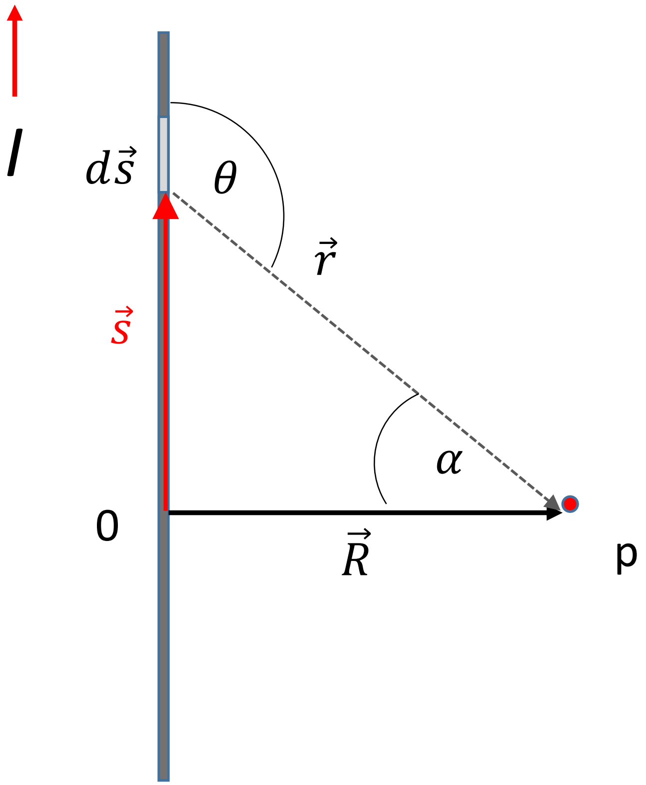
- Für den Betrag des Kreuzprodukts gilt:

$$|d\vec{s} \times \vec{r}| = ds \cdot r \cdot \sin\theta = ds \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

- Über α integrieren:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{ds \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{r^3}$$

- Es gilt: $r = \dfrac{R}{\cos\alpha}$ und: $ds = \dfrac{R\, d\alpha}{\cos^2\alpha}$



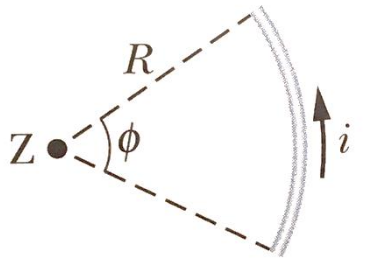
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{\frac{R\,d\alpha}{\cos^2\alpha}}_{ds} \cdot \underbrace{\frac{\cos^2\alpha}{R^2}}_{1/r^2} \cdot \underbrace{\cos\alpha}_{\sin(\pi/2+\alpha)}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \underbrace{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\alpha \cdot d\alpha}_{=2} \qquad \Rightarrow \boldsymbol{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$$

b) Wie groß ist das Magnetfeld im Mittelpunkt eines Drahtkreises mit dem Radius $r = 4$ cm, wenn durch ihn ein Strom $I = 4{,}6$ A fließt? Die Leiterschleife ist von einem Vakuum umgeben. (**Tipp:** Aus ϵ_0 kann die magnetische Feldkonstante bestimmt werden.)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} \Rightarrow \mu_0 = 12{,}566 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

Biot-Savart-Gesetz:

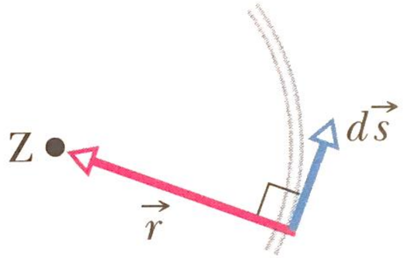


$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \int \frac{d\vec{s} \times \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3}$$

Hier gilt:

$$ds \times \vec{r}_{12} = r \cdot ds$$ **...da sin 90° !**

damit folgt:



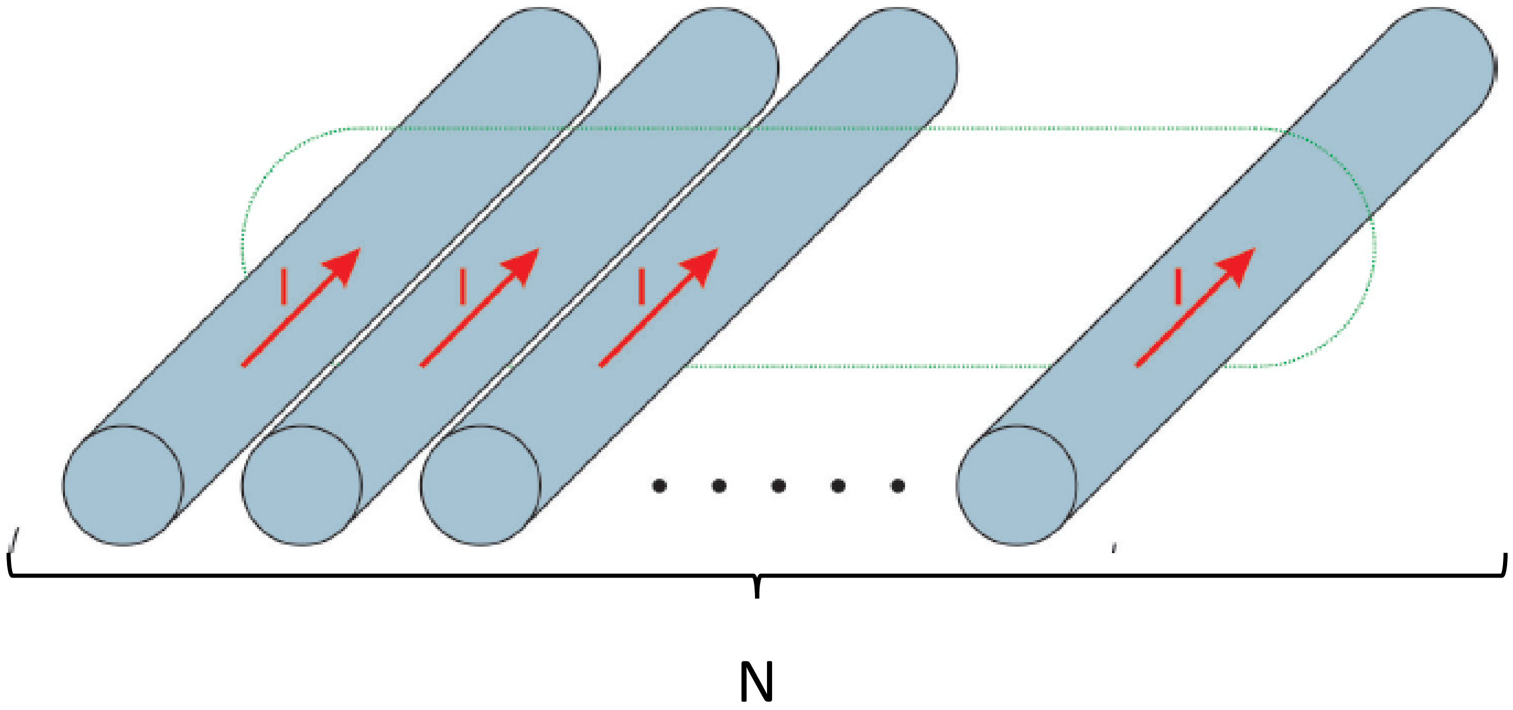
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int^{\phi} \frac{ds}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int^{\phi} \frac{r d\phi}{r^2} = \frac{\mu_0 I\, \phi}{4\pi\, r} = \frac{\mu_0 I}{2\, r} = 72{,}3\, \mu T$$

Identität: $ds = r\, d\phi$

Mit ϕ = 2π (Vollkreis)

In einem NMR-Spektroskop (Nuclear Magnetic Resonsonace) wird das magnetische Moment von Atomkernen gemessen und so die Konzentration von einzelnen Isotopen bestimmt. Hierfür sind starke Magnetfelder ($B > 10\,T$) notwendig. Diese können nur mit Hilfe von supraleitenden Spulen erzeugt werden.
Erklären Sie mithilfe des Ampereschen Satzes, warum das magnetische Feld einer Spule proportional zur Spulenwindung N ist. Zeichnen Sie das Magnetfeld einer lang gezogenen Spule. (**Tipp:** Zur Vereinfachung können Sie eine Spule als N Drähte, wie in a), annehmen, welche nebeneinander liegen. Es empfiehlt sich dann als Integrationsweg um alle Drähte herum zu integrieren.)

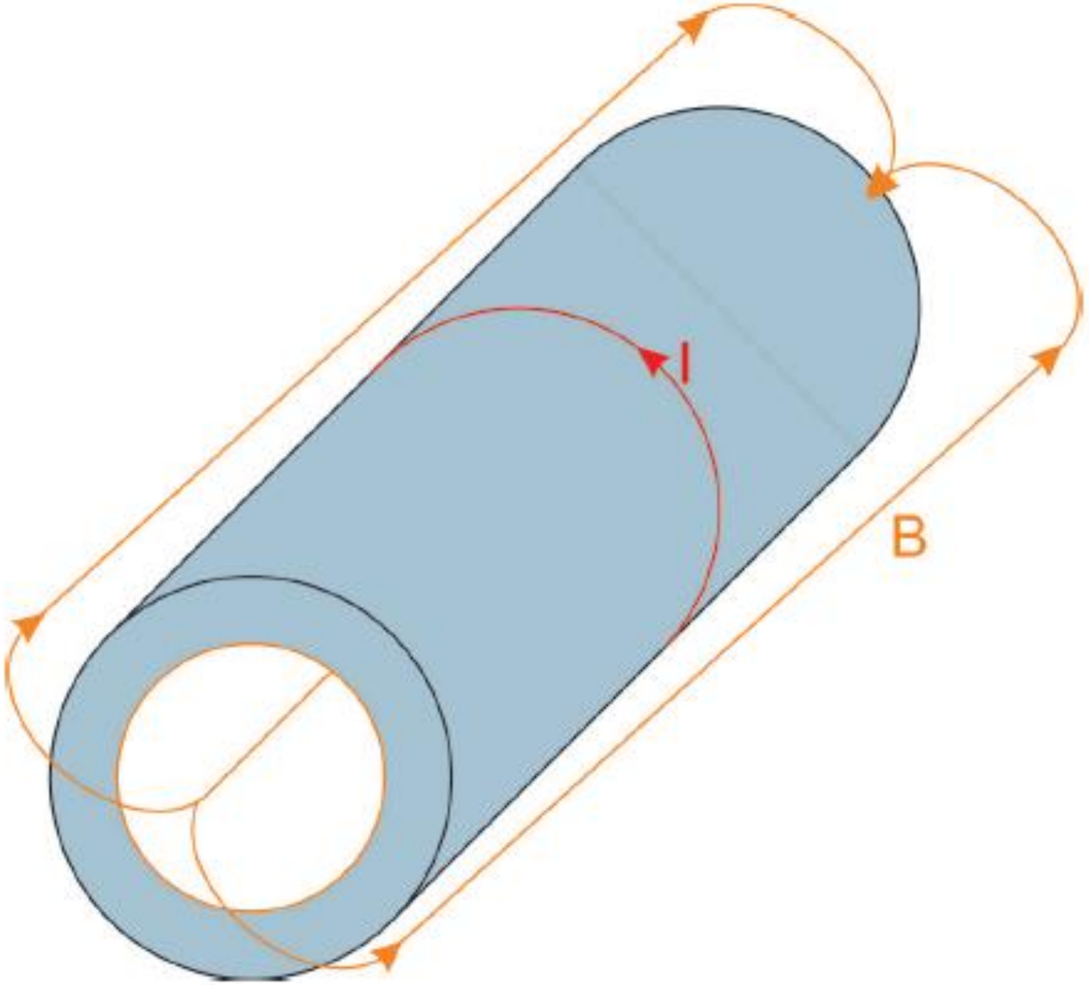
b) Bei einer Spule muss man die Integrationsschleife um alle Drähte herumlegen. Aus diesem Grund wird die Aufgespannte Fläche durch N Drähte durchstoßen(N Anzahl Wicklungen). Aus diesem Grund wird die Fläche auch von einem Strom



$N * I$ druchflossen und für die Stärke des Magnetfeldes ergibt sich:

$$B = N * \frac{\mu_0 * I}{2\pi * r}$$

Das Magnetfeld einer Spule sieht dann wie folgt aus:



d) In einem Koaxialkabel wird ein Draht, genannt Innenleiter (Radius R_i), von einem Isolator umhüllt, welcher wiederum von einer leitenden Schicht, genannt Außenleiter (Radius R_a), umgeben ist. Das Kabel ist so konstruiert, dass sobald ein Strom I im Innenleiter fließt, instantan ein Strom I in entgegengesetzte Richtung im Außenleiter fließt. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass der Außenleiter extrem dünn ist und somit keine radiale Ausdehnung besitzt. Berechnen Sie mit Hilfe von a) das Magnetfeld $B(r)$ für **1.** $R_i < r < R_a$ und **2.** $R_a < r$.

i) Für den Fall $R_i < r < R_a$ haben wir das gleiche Verhalten wie in a) somit ergibt sich:

$$\Rightarrow \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

d) In einem Koaxialkabel wird ein Draht, genannt Innenleiter (Radius R_i), von einem Isolator umhüllt, welcher wiederum von einer leitenden Schicht, genannt Außenleiter (Radius R_a), umgeben ist. Das Kabel ist so konstruiert, dass sobald ein Strom I im Innenleiter fließt, instantan ein Strom I in entgegengesetzte Richtung im Außenleiter fließt. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass der Außenleiter extrem dünn ist und somit keine radiale Ausdehnung besitzt. Berechnen Sie mit Hilfe von a) das Magnetfeld $B(r)$ für **1.** $R_i < r < R_a$ und **2.** $R_a < r$.

ii) Für den Fall $R_a < r$ fließt Netto kein Strom durch die aufgespannte Fläche da im Innenleiter +I fließt während im Außenleiter -I fließt. Daher gibt es für $R_a < r$ kein Magnetfeld.

$$\vec{B}(r) = 0$$