

PN2 – Übung

29.05.2020

Aufgabe 1

Elektrisches Feld der Erde. Zwischen der Erdoberfläche und der Ionosphäre herrscht ein natürliches elektrisches Feld mit einer Feldstärke von etwa 150 V/m in Bodennahe.

- a) Benutzen Sie den Gaußschen Satz um die Gesamtladung der Erdoberfläche zu berechnen. Für diese Aufgabe können Sie die Form der Erde als eine perfekte, homogene Kugel nähern. Nehmen Sie an, dass die gesamte Ladung negativ und gleichmäßig auf der Oberfläche verteilt ist und die 150 V/m direkt über der Erdoberfläche gemessen werden können.

Gaußscher Satz:

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{innen}}}{\epsilon_0}$$

Das E-Feld einer perfekten, homogenen Kugel ist radial-symmetrisch und kann daher als

$$\vec{E} = E \hat{r}$$

geschrieben werden.



$$r = 6370 \text{ km}$$

a) Eingesetzt in den Gaußschen Satz und integriert:

$$\oint_A E \hat{r} \cdot d\vec{A} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi E r^2 \sin \theta d\theta d\phi = 4 \pi r^2 E = \frac{Q_{innen}}{\epsilon_0}$$

Q_{innen} für die Werte $E = 150 \frac{V}{m}$ und $r = 6370 \cdot 10^3 m$:

$$Q_{innen} = 4 \pi (6370 \cdot 10^3 m)^2 150 \frac{V}{m} \epsilon_0 = 677218 As \approx \underline{\underline{677.2 kC}}$$

b) Wie hoch ist die Ladungsdichte der Erdoberfläche pro m^2 ?

$$\rho = \frac{Q_{\text{innen}}}{A} = \frac{Q_{\text{innen}}}{4 \pi r^2} = 1.33 \cdot 10^{-9} \frac{As}{m^2} = \underline{\underline{1330 \frac{pC}{m^2}}}$$

Aufgabe 2

Ladungsträger im Leiter. Zur Stromversorgung ist eine Glühlampe über ein 10 m langes Kupferkabel mit einem Durchmesser von 0,5 m mit einer Gleichspannungsquelle verbunden. Ist der Stromkreis geschlossen, fließt ein Strom von 1 A. Die Dichte von Kupfer beträgt $\rho = 8;92g/cm^3$ und die der Ladungsträger $n = 5 \cdot 10^{28}m^{-3}$.

a) Auf wie viele Kupferatome kommt im Mittel ein Ladungsträger?

Lösung:

a) Masse eines Cu-Atoms: $\overbrace{63,5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}^{63.5 \text{ u}}$ kg und daraus resultierende Teilchen-

$$\text{dichte: } n = \frac{8,92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}{63,5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = \underline{\underline{8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}}}$$

➔ Damit kommt auf $\underline{\underline{8,5/5 \approx 1,7}}$ Atome ein freies Elektron.

b) Nach welcher Zeit t_1 fängt nach dem Schließen des Schalters die Lampe an zu leuchten?

b) Unter Annahme einer Ausbreitung des elektrischen Feldes mit Lichtgeschwindigkeit, leuchtet die Lampe nach:

$$t_1 = \frac{L}{c} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

c) Wie lange dauert es, bis das erste Elektron aus der Spannungsquelle die volle Länge des Kabels bis zur Lampe passiert hat? Vergleichen Sie außerdem die Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen mit ihrer mittleren thermischen Geschwindigkeit

c) Die Stromdichte ist

$$j = e \cdot n \cdot v_D = \underbrace{\frac{I}{\pi r^2}}_{\text{A}} = 5,1 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

Und damit

$$v_D = 6,4 \cdot 10^{-10} \text{ m/s} \rightarrow t = L/v_D = 1,56 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

Für die thermische Geschwindigkeit ergibt sich mittels der angegebenen Formel:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} = 1,08 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \gg v_D$$

d) Wie lange muss der Strom fließen, bis 1g Elektronen an einem Punkt entlang des Kabels vorbeigewandert sind?

→ denn $I = N \cdot e/t$ und $t = 1s$!

d) Bei einem Strom von 1 A fließen wegen $I = \frac{Q}{t}$ pro Sekunde $N = 6,25 \cdot 10^{18}$ Elektronen durch den Drahtdurchschnitt. Ihre Masse ist:

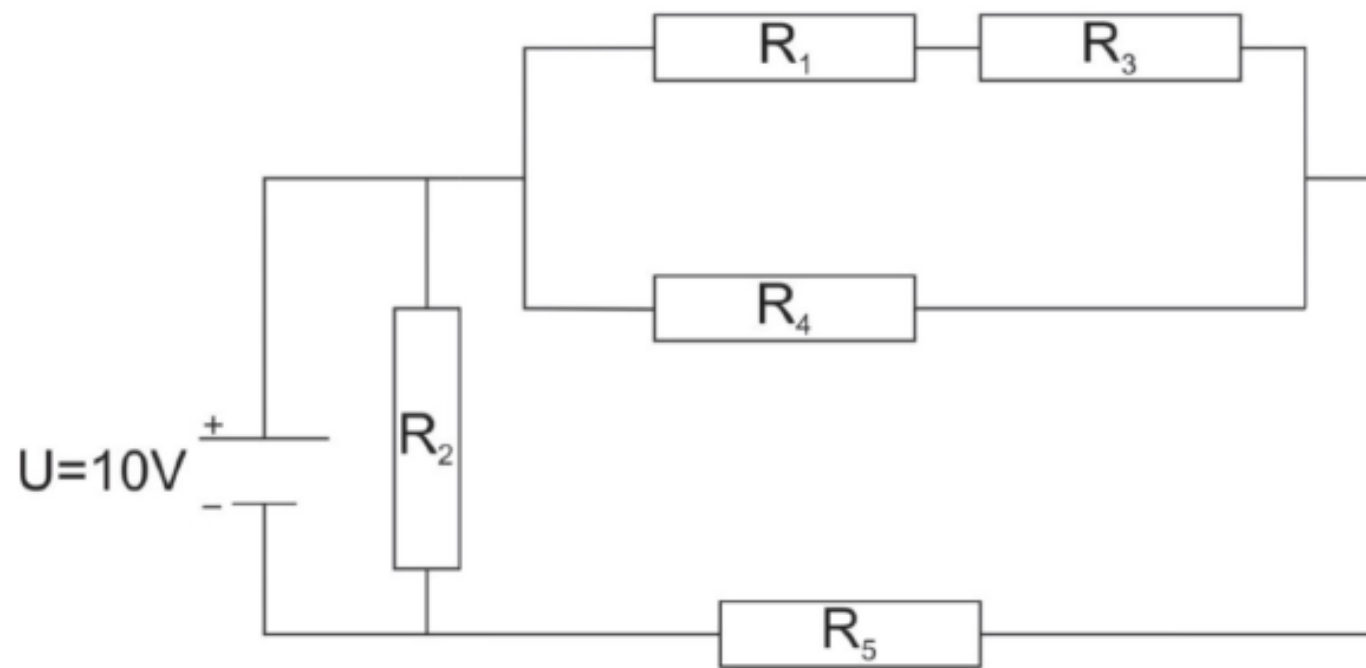
$$M = N \cdot m_e = 5,6 \cdot 10^{-12} \text{kg}$$

und somit

$$t_3 = 1,8 \cdot 10^8 \text{s} \approx 5,7 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 3

Kirchhoffsche Gesetze. Betrachten Sie die in der folgenden Abbildung die Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen. Nehmen Sie die Leitungen zwischen den einzelnen Widerständen selbst als Widerstandslos an.

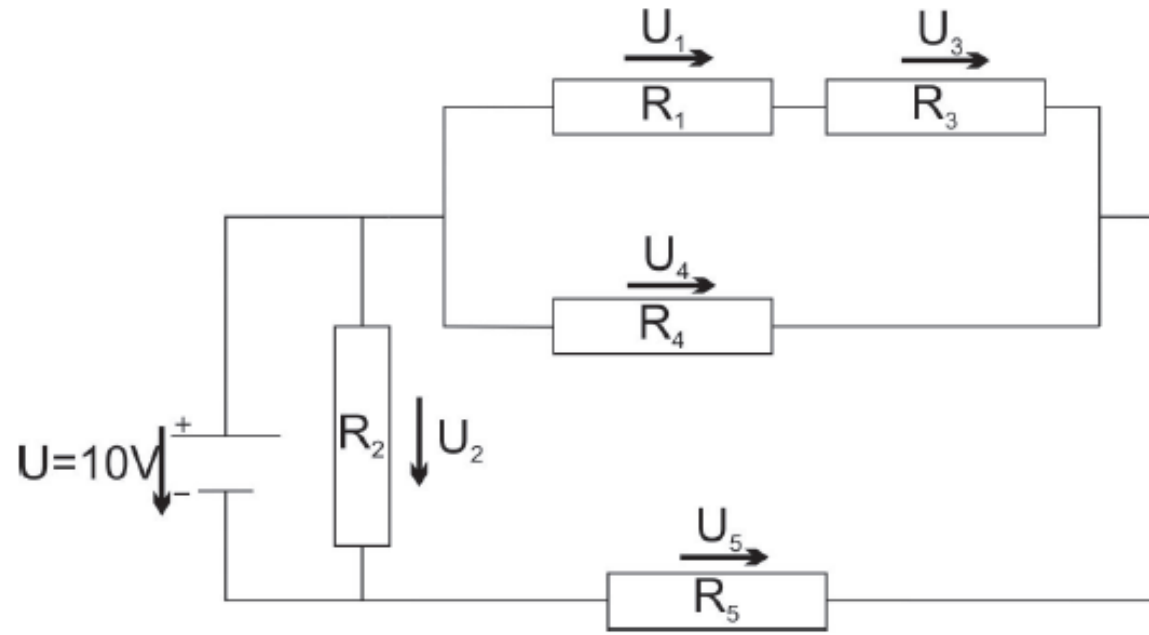


Die Stromquelle liefert eine Spannung von $V = 10\text{V}$. Die Größe der Widerstände ist: $R_1 = 1.0\Omega$, $R_2 = 2.0\Omega$, $R_3 = 3.0\Omega$, $R_4 = 4.0\Omega$ und $R_5 = 5.0\Omega$.

Lösung:

Im ersten Schritt definiert man sich die einzelnen Stromrichtungen innerhalb des Stromkreises: Der Gesamtwiderstand der Schaltung kann nun durch zerlegen der einzelnen Schaltelemente berechnet werden. R_{13} besteht aus einer Reihenschaltung aus R_1 und R_3 . R_{134} besteht aus einer Parallelschaltung aus R_{13} und R_4 . R_{1345} ist eine Reihenschaltung aus R_{134} und R_5 . R_{12345} ist eine Parallelschaltung aus R_{1345} und R_2 .

$$\begin{aligned}R_{13} &= R_1 + R_3 = 4\Omega \\ \frac{1}{R_{134}} &= \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{2\Omega} \\ R_{1345} &= R_{134} + R_5 = 7\Omega \\ \frac{1}{R_{12345}} &= \frac{1}{R_{1345}} + \frac{1}{R_2} = \frac{9}{14\Omega}\end{aligned}$$



Der Gesamtwiderstand der Schaltung beträgt also $R_{12345} = \frac{14}{9}\Omega \approx 1,56\Omega$ somit ergibt sich die Gesamtstromstärke:

$$I_{12345} = \frac{U}{R_{12345}} \approx 6,43A$$

Um die einzelnen Spannungen und Ströme zu berechnen verwenden wir nun die Kirchhoffschen Gesetze: Wenn wir die Masche für die linke Masche anwenden finden wir:

$$\begin{aligned}U - U_2 &= 0 \\U_2 &= U \\I_2 &= \frac{U_2}{R_2} = 5A\end{aligned}$$

Als nächstes verwenden wir die Knotenregel für den Knoten zwischen R_2 und R_5 :

$$\begin{aligned}I_2 - I - I_5 &= 0 \\I_5 &= I_2 - I = -\frac{10}{7}\Omega \approx -1,43A \\U_5 &= I_5 * R_5 = -\frac{50}{7}V \approx -7,14V\end{aligned}$$

Als nächstes wird die Masche bestehend aus 2, 4 und 5 verwendet:

$$\begin{aligned}U_2 + U_5 - U_4 &= 0 \\U_4 &= U_2 + U_5 = \frac{20}{7}V \approx 2,86V \\I_4 &= \frac{U_4}{R_4} = \frac{5}{7}A \approx 0,71A\end{aligned}$$

Als letztes wird die Masche bestehend aus 1, 3 und 4 verwendet:

$$\begin{aligned}U_1 + U_3 &= U_4 \\I_1 &= I_3 \\I_1 * R_1 + I_1 * R_3 &= U_4 \\I_1 &= \frac{U_4}{R_1 + R_3} = \frac{5}{7}A \approx 0,71A \\U_1 &= I_1 * R_1 = \frac{5}{7}V \approx 0,71V \\U_3 &= I_1 * R_3 = \frac{15}{7}V \approx 2,14V\end{aligned}$$

b) Betrachten Sie nun den Fall, dass der Widerstand $R_2 = 0$ wird. Um was für einen speziellen Fall in der Elektronik handelt es sich hier.

Lösung:

Für den Fall $R_2 = 0$ kann der gesamte Strom ohne Verbraucher direkt vom Plus- zum Minuspol der Stromquelle fließen. In diesem Fall handelt es sich um einen Kurzschluss, der im allgemeinen zu schlimmen Unfällen führen kann.