PN2 – Übung

15.05.2020

Aufgabe 1

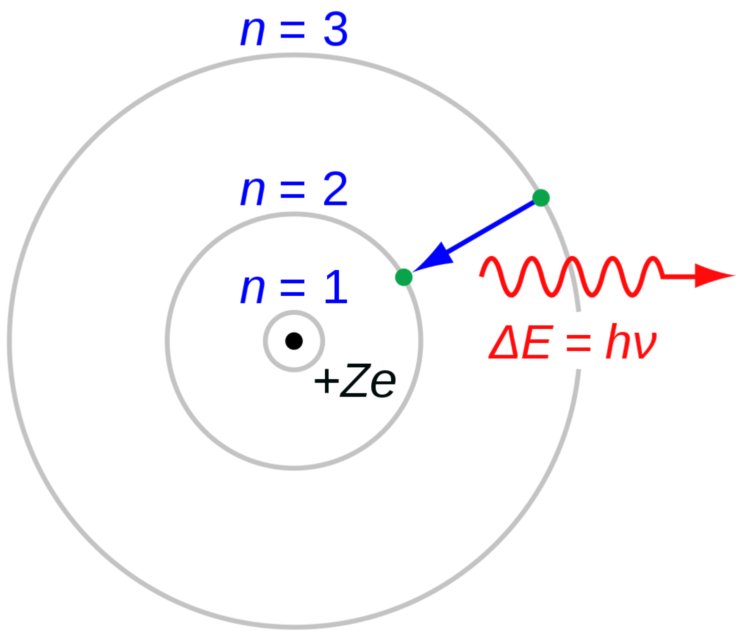
Bohr'sches Atommodell. Das Bohr'sche Atommodell ist mittlerweile überholt. Dennoch ebnete es den Weg zum Verständnis des Aufbaus der Atomhülle.
Nach dem Bohr'schen Atommodell kann das Elektron den Atomkern nur auf ganz bestimmten Bahnen umlaufen. Für den n-ten Radius einer solchen Umlaufbahn gilt die folgende Beziehung: $r_n = r_1 \cdot n^2$ und $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11} m$.

a) Zeigen sie dass für die kinetische Energie des Elektrons im n-ten Radius $E_{kin} = 2,2 \cdot 10^{-18} J \cdot \frac{1}{n^2}$ gilt.

b) Berechnen sie die Gesamtenergie $E_{ges} = E_{kin} + E_{pot}$ des Elektrons $n = 1$.

c) Wie groß ist der Betrag der Bahngeschwindigkeit des Elektrons für $n = 2$. Wie viele vollständige Umrundungen des Atomkerns schafft das Elektron in 1 ns?

Bohrsches Atommodell



Das Bild von **Elektronen*bahnen*** ist seit der Einführung der Quatenmechanik überholt!

→ Elektronen haben bestimmte **Aufenthaltswahrscheinlichkeiten**

Lösung 1

a)

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2$$

Damit das Elektron auf seiner Bahn bleibt, muss folgendes gelten:

$$|F_C| \stackrel{!}{=} |F_Z| \Rightarrow \frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_n^2} = \frac{m_e \cdot v_e^2}{r_n}$$

$$\Rightarrow v_e^2 = \frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_n \cdot m_e}$$

$m_e = 9.1093837015(28) \cdot 10^{-31}$ kg

$q_e = 1e = -1.602176634 \cdot 10^{-19}$ C

$\varepsilon_0 = 8.8541878128(13) \cdot 10^{-12}$ A s/V m

$$\Rightarrow v_e^2 = \frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_n \cdot m_e}$$

v_e^2 und $r_n = r_1 \cdot n^2$ in (1) einsetzen:

$$E_{kin,n} = \frac{q^2}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_1} \cdot \frac{1}{n^2} \approx 2,2 \cdot 10^{-18} J \cdot \frac{1}{n^2}$$

b) Berechnen sie die Gesamtenergie $E_{ges} = E_{kin} + E_{pot}$ des Elektrons $n = 1$.

b) Für die potentielle Energie gilt:

$$E_{pot} = \frac{q_e \cdot q_p}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_1}$$

Damit folgt für die Gesamtenergie $E_{ges} = E_{kin} + E_{pot}$:

$$E_{ges} = \frac{q^2}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_1} - \frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_1} \approx -2,2 \cdot 10^{-18} J \,\widehat{=}\, -13,6 eV$$

mit $q_e = -q \wedge q_p = q$ (Vorzeichen beachten)

„größte gemeinsame Teiler“

c) Wie groß ist der Betrag der Bahngeschwindigkeit des Elektrons für $n = 2$. Wie viele vollständige Umrundungen des Atomkerns schafft das Elektron in 1 ns?

c) Der Betrag der Bahngeschwindigkeit folgt unmittelbar aus (3) mit $r_n = r_2$:

$$v_{e,2} = \sqrt{\frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_2 \cdot m_e}} \approx 1,09 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

Für die Länge von n Umdrehung muss gelten:

$$s = n \cdot \underbrace{(2 \cdot r_2 \cdot \pi)}_{\text{Kreisumfang}} \stackrel{!}{=} v_{e,2} \cdot t$$

Damit folgt für n:

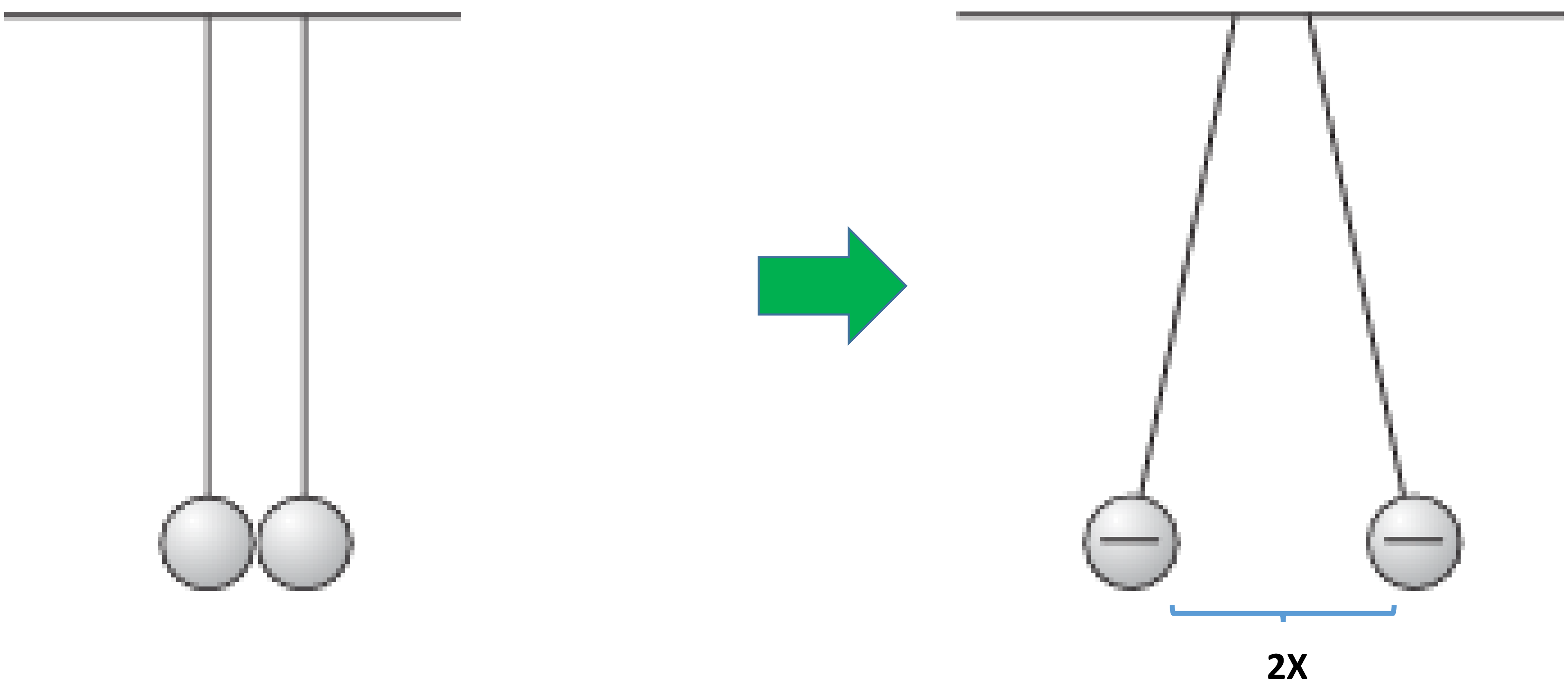
$$\Rightarrow n = \frac{v_{e,2} \cdot t}{2 \cdot r_2 \cdot \pi} \approx 818296$$

Aufgabe 2

Elektroskop. Zwei sehr kleine Kugeln mit den Massen $m_1 = m_2 = 100g$ hängen an zwei gleichlangen Drähten mit der Länge $\mathrm{L} = 20\mathrm{cm}$. Beide Kugeln werden nun elektrisch geladen und tragen danach die Ladungen $q_1 = q_2 = Q$. Durch die Coulomb-Wechselwirkung werden die Kugeln um die Strecke $X = 3cm$ bezüglich ihrer Ruhelage ausgelenkt.

a) Wie groß ist der Betrag der Ladung Q auf den Kugeln?

b) Wie würde sich der Betrag der Ladung ändern, wenn die Gravitationskraft zwischen den Kugeln berücksichtigt werden würde?


2X

Lösung 2

a) Zu Beginn berechnet man den Winkel ϕ folgendermaßen:

$$sin(\phi) = \frac{X}{L} \quad \Rightarrow \quad \phi \approx 8,63°$$

Damit kann man die Ladung wie folgt berechnen:

$$tan(\phi) = \frac{F_C}{F_G} \quad \Rightarrow \quad F_C = F_G \cdot tan(\phi)$$

$$\frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} = m \cdot g \cdot tan(\phi)$$

$$q = \sqrt{m \cdot g \cdot tan(\phi) \cdot 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \approx 2,44 \cdot 10^{-7}\, C$$

b) Berücksichtigt man die gegenseitige Anziehung F_W zwischen den beiden Kugeln, muss man Gleichung (11) leicht modifizieren:

$$tan(\phi) = \frac{F_C - F_W}{F_G} \Rightarrow F_C = F_G \cdot tan(\phi) + F_W \tag{14}$$

Dementsprechend folgt aus (12) und (13):

$$\frac{q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} = m \cdot g \cdot tan(\phi) + G \cdot \frac{m^2}{r^2} \tag{15}$$

$$q = \sqrt{(m \cdot g \cdot tan(\phi) + G \cdot \frac{m^2}{r^2}) \cdot 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \approx 2,44 \cdot 10^{-7} C \tag{16}$$

Man sieht also, dass man die gegenseitige Anziehung in diesem Beispiel getrost vernachlässigen kann. (Der Unterschied ist am Taschenrechner nicht erkennbar.)

Aufgabe 3

Elektrisches Feld einer Punktladung. Skizzieren Sie das elektrische Feld zwischen zwei positiven Ladungen q^+ gleicher Größe, zwischen einer positiven Ladung q^+ und einer negativen Ladung q^-, sowie das elektrische Feld eines Plattenkondensators.

Lösung 3