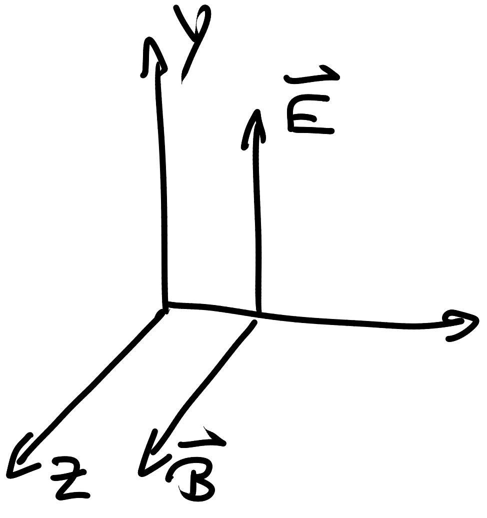
Elektromagnetische Wellen

Gibt es elektrische und magnetische Felder in materiefreiem Raum ohne Ladung und Ströme? Ein elektromagnetisches Feld kann sich im leeren Raum „selbst erhalten"

Geometrische Ansatz:

- große Entfernung von der Quelle. (Wellenlänge ≪ Abstand)
- Existiert einer ebenen Welle:

$$\vec{E} = (0, E_y, 0)$$
$$\vec{B} = (0, 0, B_z)$$



x : Richtung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

und E_y, B_z hängen nur von x und t ab,
d.h. gleiche Werte auf der z-y-Ebene.

Test der Maxwell-Gleichungen:

1) $\operatorname{div}\vec{E}=0$: $\frac{\partial E_y}{\partial y}=0$ wegen $E_y(x,t)$

2) $\operatorname{div}\vec{B}=0$: $\frac{\partial B_z}{\partial z}=0$ wegen $B_z(x,t)$

3) $\operatorname{rot}\vec{E}=-\frac{\partial B_z}{\partial t}$ ↑ wegen $\frac{\partial E_y}{\partial z}=0$ $\Big\}$ $\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{\partial B_z}{\partial t}$ (*)

4) $\operatorname{rot}\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}$ ↑ wegen $\frac{\partial B_z}{\partial y}=0$ $\Big\}$ $-\frac{\partial B_z}{\partial x}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E_y}{\partial t}$ (**)

(*) nach $\frac{\partial}{\partial x}$: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}=-\frac{\partial^2 B_z}{\partial x\partial t}$

(**) nach $\frac{\partial}{\partial t}$: $-\frac{\partial^2 B_z}{\partial x\partial t}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$

Einsetzen (*) in (**) : $\boxed{\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}}$

Analog: * nach ∂_t und ** nach ∂_x : $\boxed{\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}}$

Dies sind Diff-Gleichungen für Wellen, die sich mit Geschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ ausbreiten.

Lichtgeschwindigkeit.

In Materie: $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{n}$

Brechungsindex

Konkret: harmonische Welle für E Phase = const

$$E(x,t) = E_0 \cos \vec{k} \, \overbrace{(x - ct)}$$

$\Downarrow$

$x = c \cdot t$ +const

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \; ; \; f = \frac{\omega}{2\pi} \; ; \; f \cdot \lambda = c$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = k \cdot c \, E_0 \sin k(x-ct)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial^2 t} = -k^2 \cdot c^2 E_0 \cos(\quad)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -k E_0 \sin k(x-ct)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial^2 x} = -k^2 E_0 \cos(\quad)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \cancel{-}\cancel{k}^2 c^2 \cancel{E_0} \cancel{\cos(\quad)} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \cdot (\cancel{-}\cancel{k}^2 \cancel{E_0}) \cancel{\cos(\quad)}$$

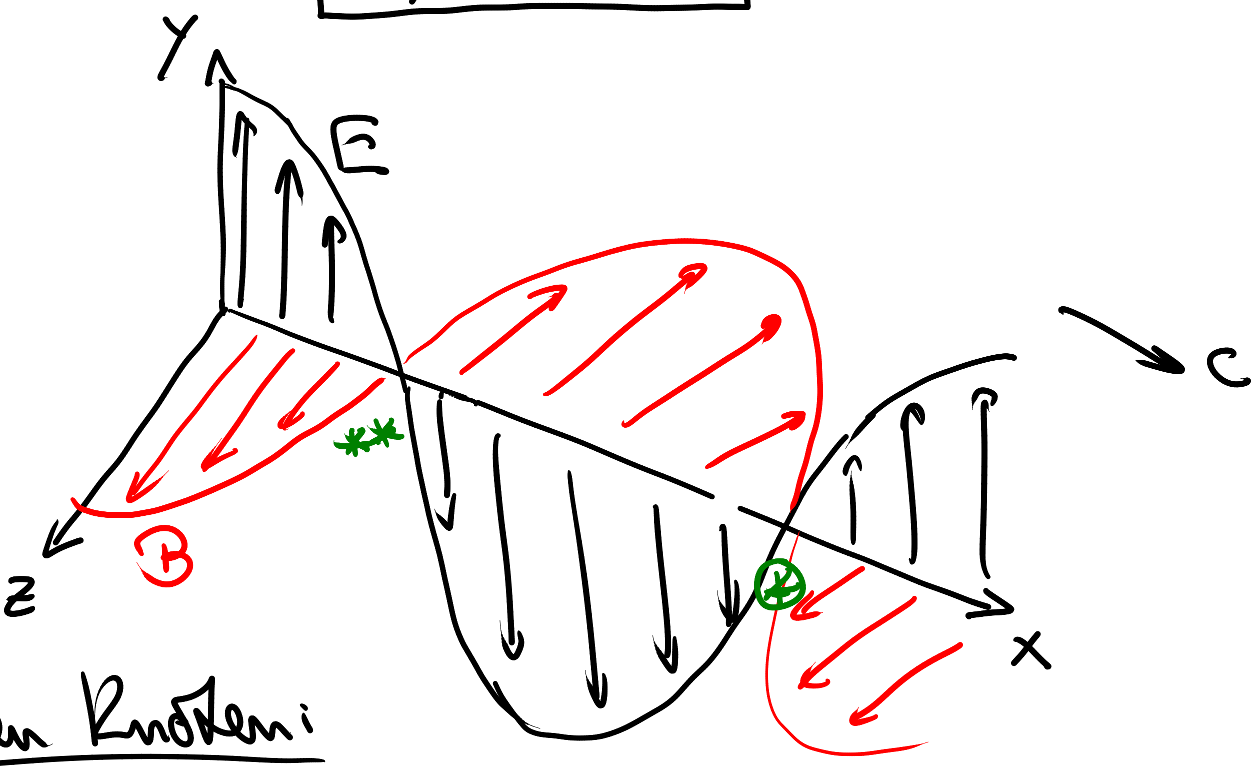
$$\rightsquigarrow c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$$

Wegen $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$ *

$$\cancel{-k} E_0 \cancel{\sin} k(x-ct) = \cancel{-k} c B_0 \cancel{\sin} k(x-ct)$$

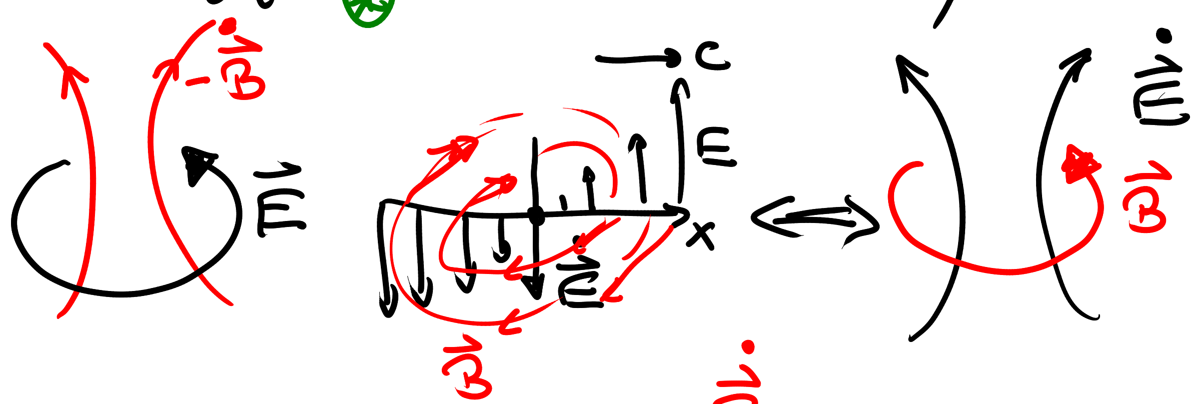
auch: $B = B_0 \cos k(x-ct)$

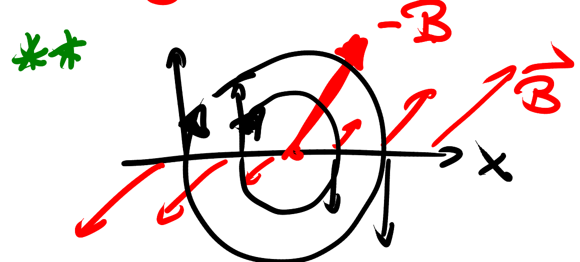
$\rightsquigarrow$ $\boxed{E_y = c \cdot B_z}$



In den Knoten:

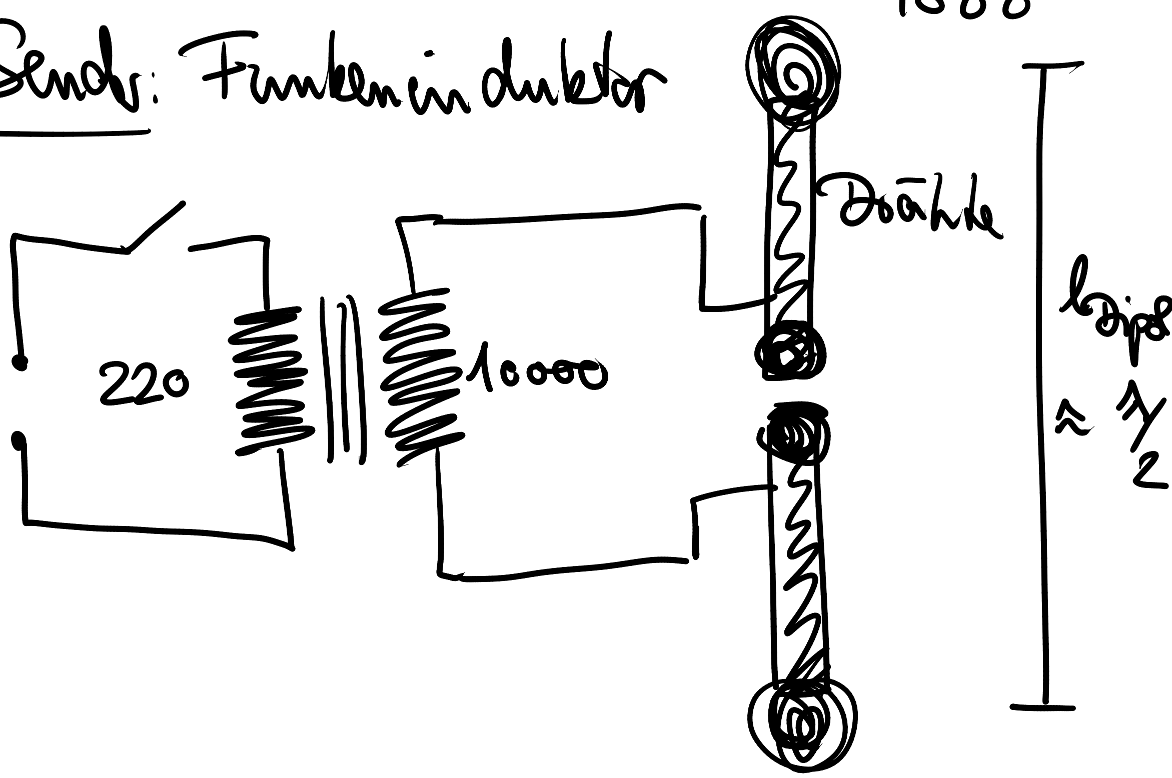
$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ⊛ $\qquad$ $\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$



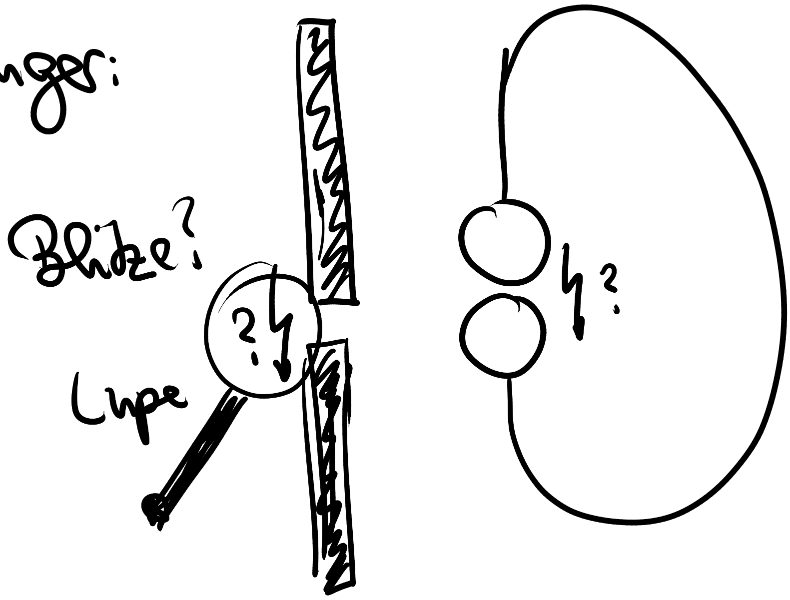


Historische Methode Heinrich Hertz
1888

einfacher Sender: Funkeninduktor

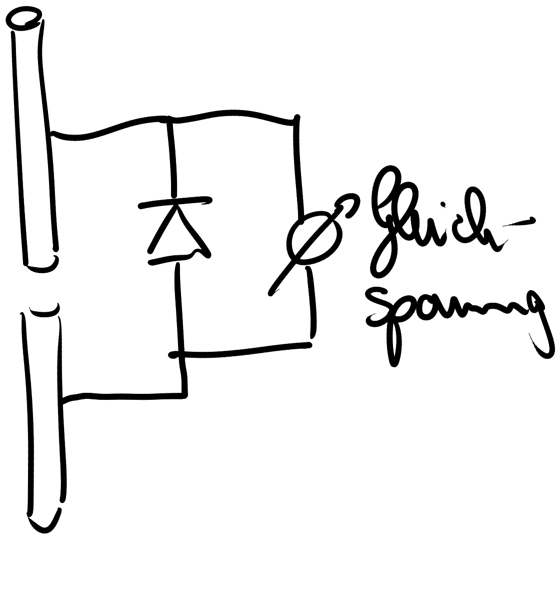


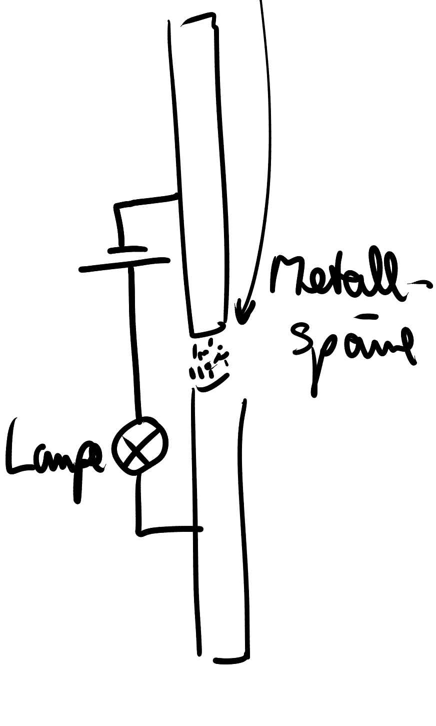
Empfänger:



Metallspäne „verschweißen“ bei E-Feld und werden durch Erschütterung wieder getrennt.

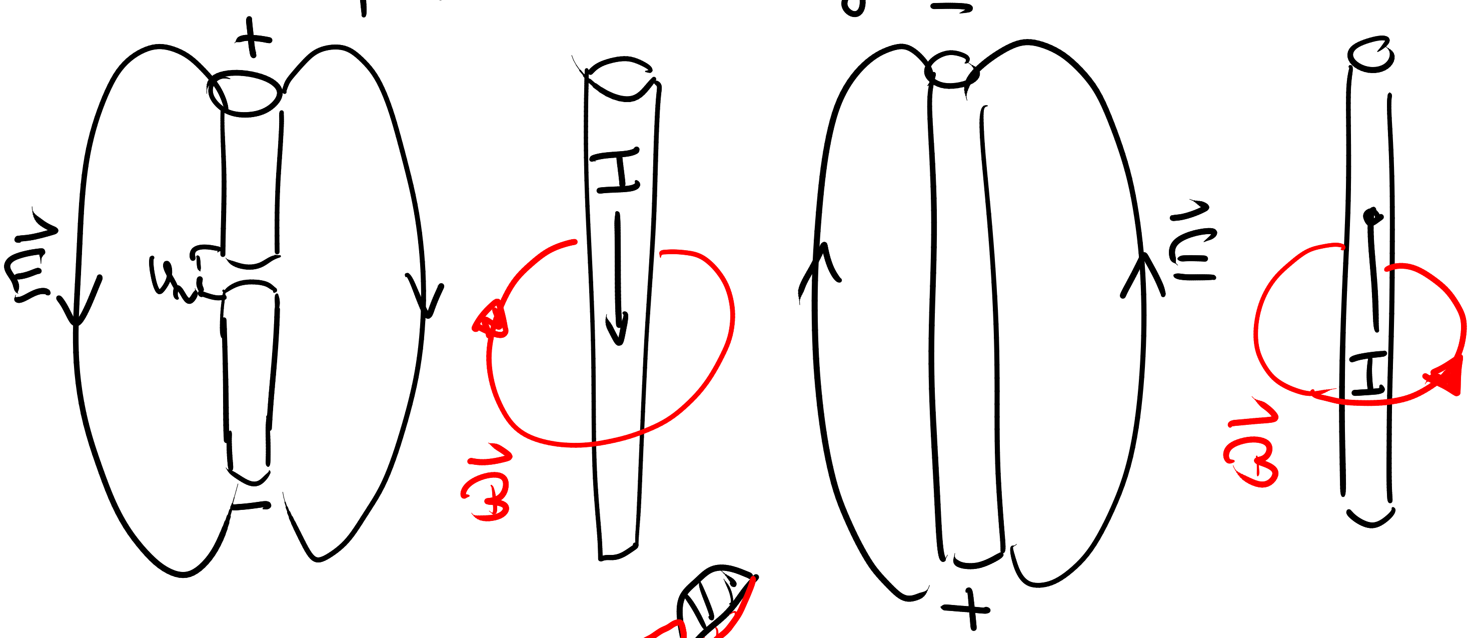
Heute:

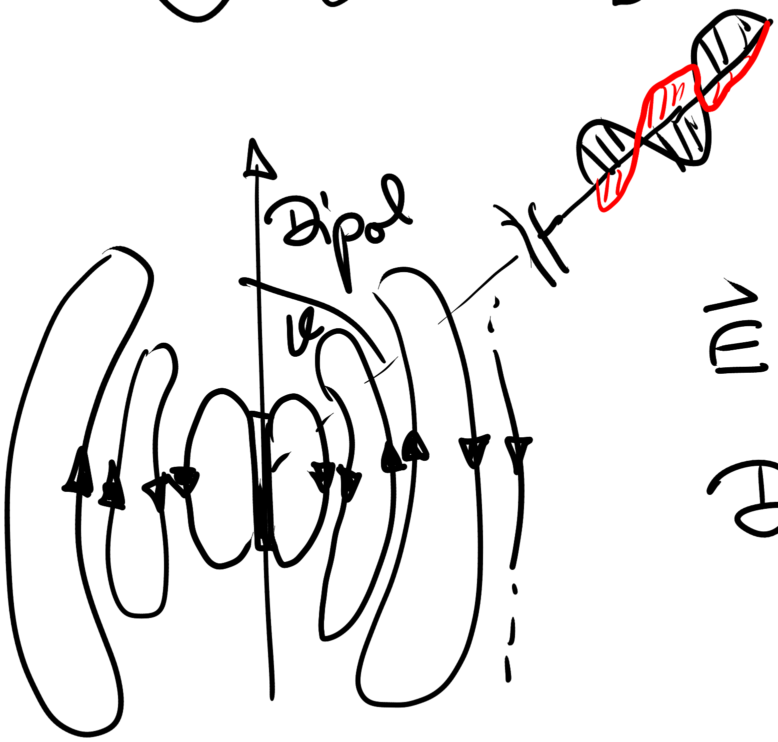




Erzeugung elektromagnetischer Wellen

Freie Abstrahlung

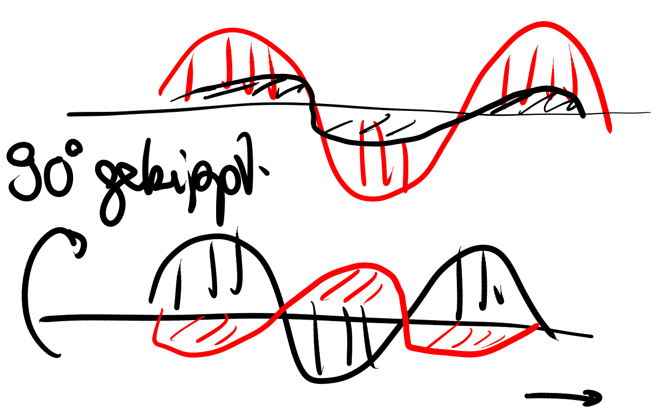




$$\vec{E} = \frac{\sin\vartheta}{r} E \cos(kr - \omega t)$$

Dipolcharakteristik.

Polarisation



Energiedichte einer elektromag. Welle

$$\frac{W}{V} = w = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \varepsilon_0 E^2$$

$$B^2 = \varepsilon_0 \mu_0 E^2$$

Energie gleich in B & E verteilt.

Energiestromdichte: $\frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}}$ = „Intensität"

Poynting $S = wc = \varepsilon_0 E^2 \cdot c$.

mit vektorieller Schreibweise

$$\dot{\vec{B}} = \begin{pmatrix} \cancel{\partial_t B_x} \\ \cancel{\partial_t B_y} \\ \partial_t B_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\left(\vec{E} \times \vec{B}\right)$$

Poynting-Vektor in Ausbreitungsr.

Frequenzbereich elektromagn. Welle